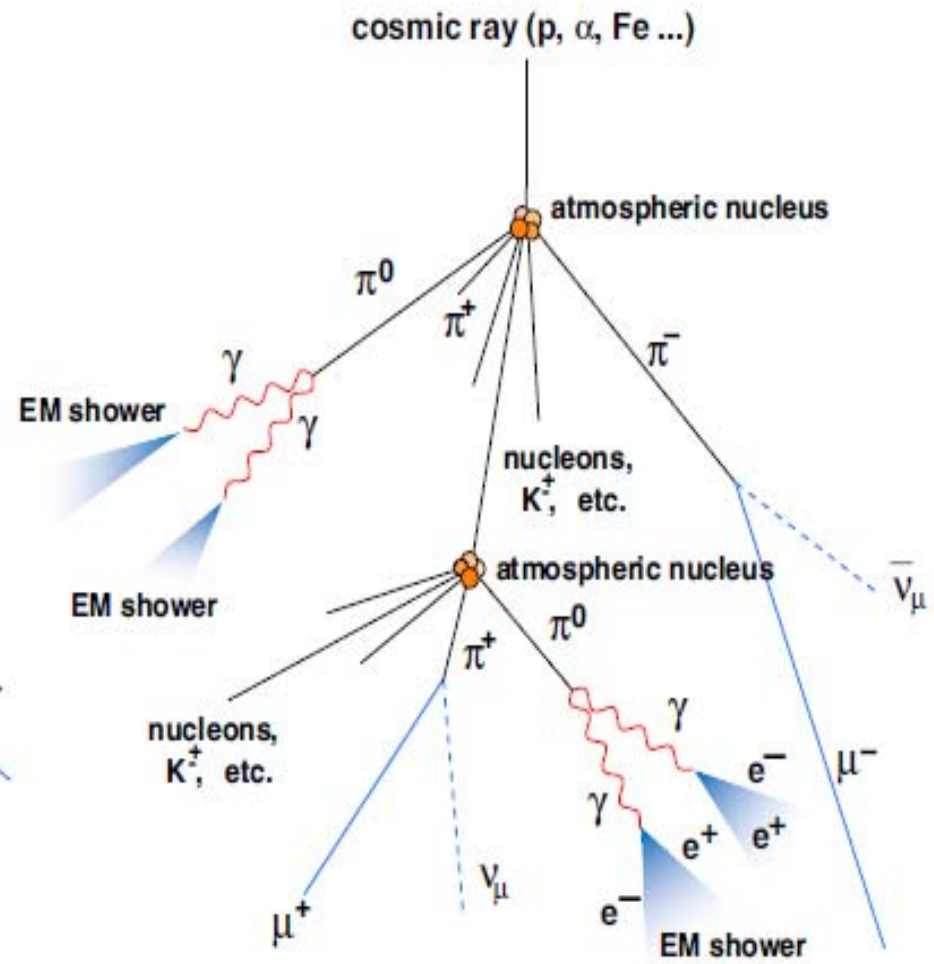
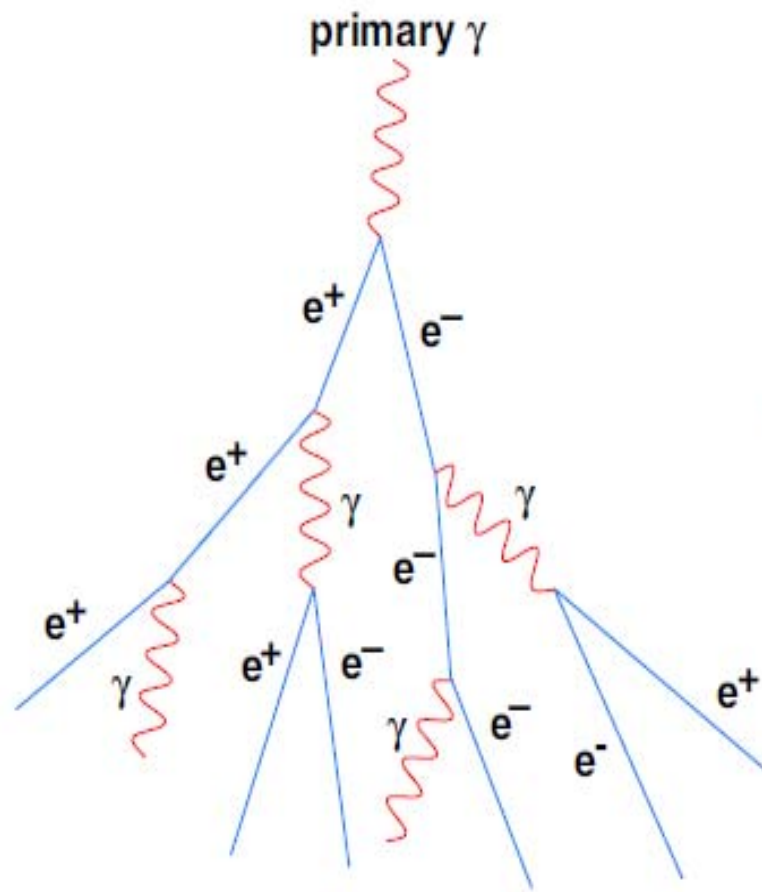


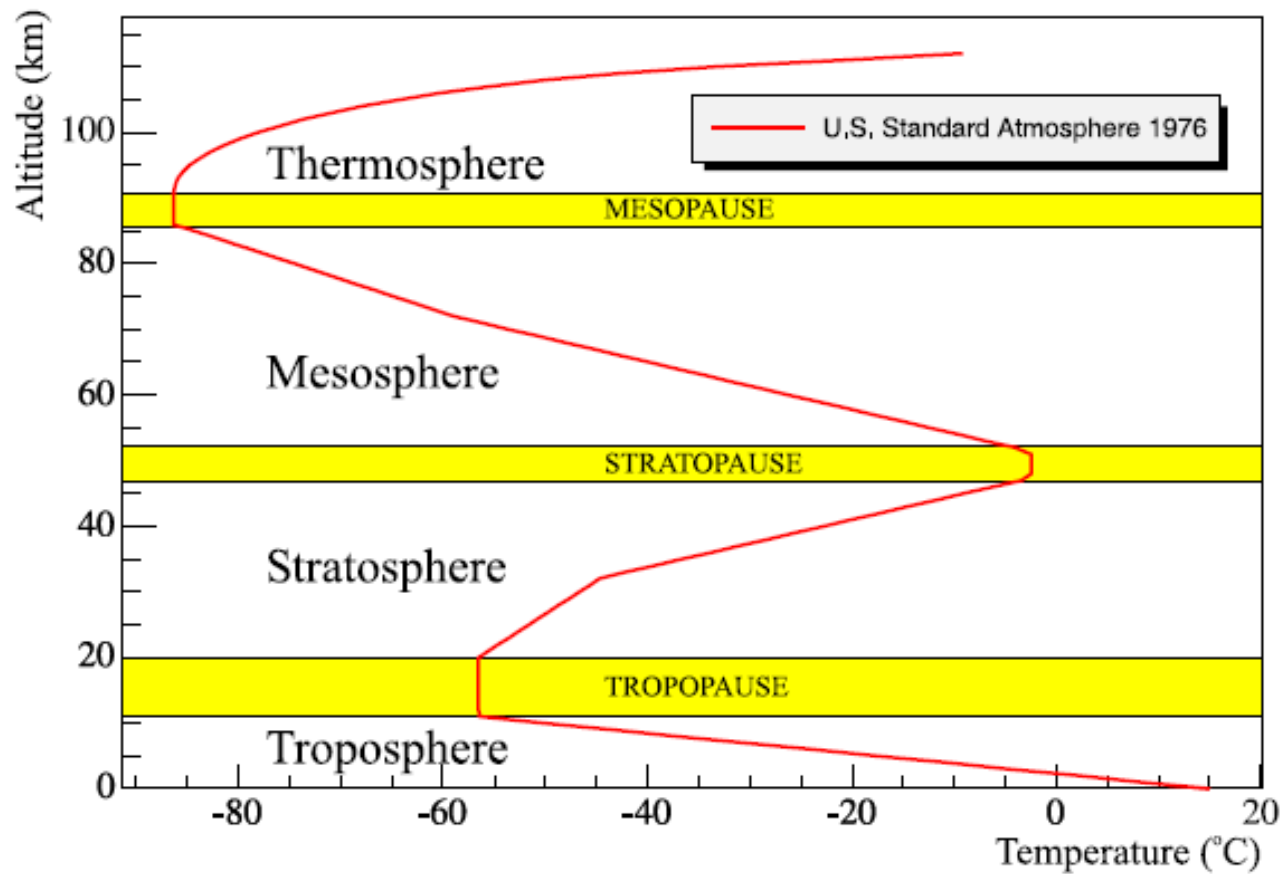
**С. И. Синеговский**

**Астрофизика высоких энергий  
2018 г.**

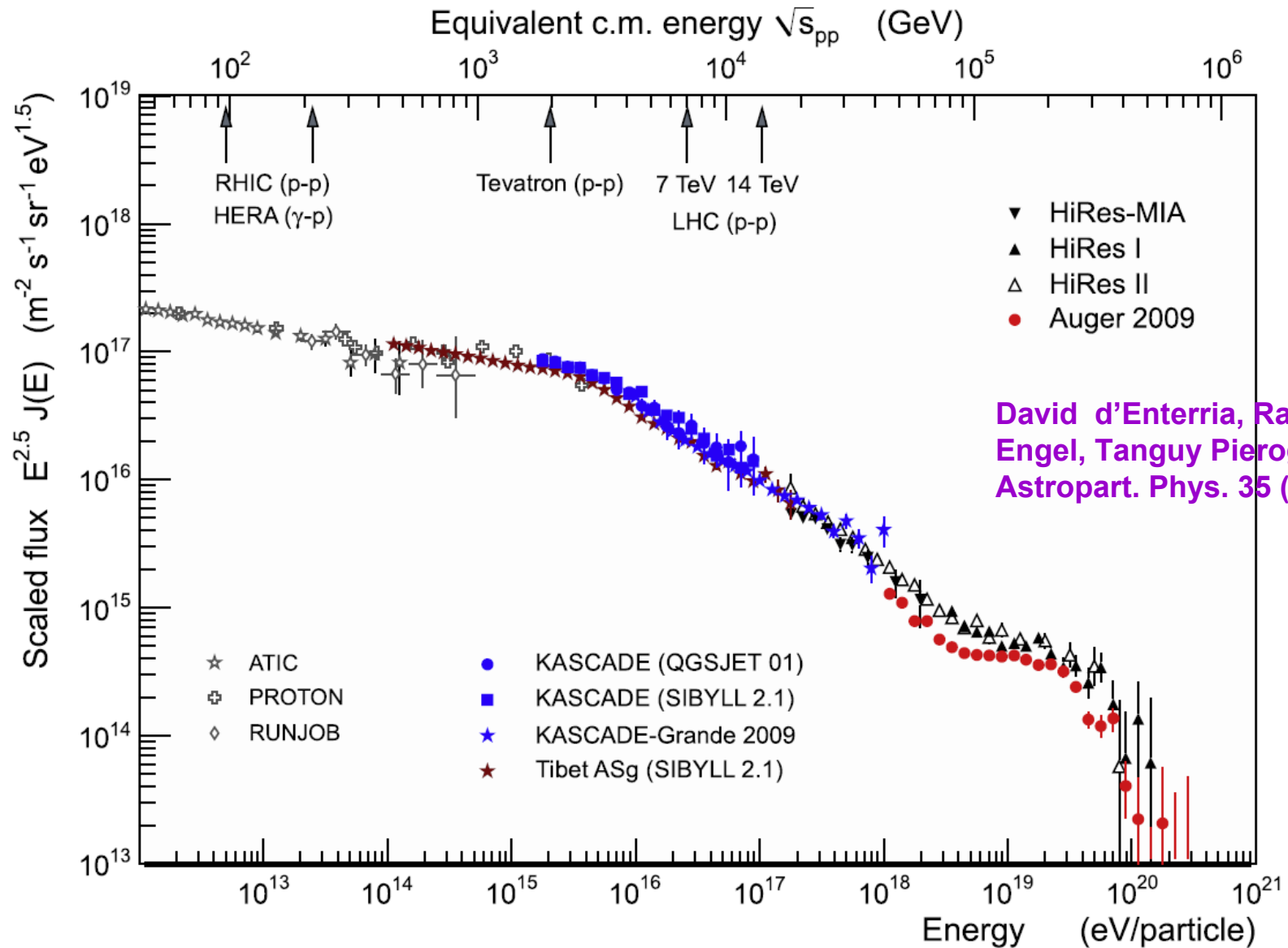
**Лекции 15-18**



# Температурный профиль атмосферы



D.Hrupec, 2008



Data on the all-particle flux of cosmic rays. The flux has been scaled by  $E^{2.5}$ .



All particle spectrum as measured by ground based arrays. The data points are compiled according to the summary plot (28.8) in [106].

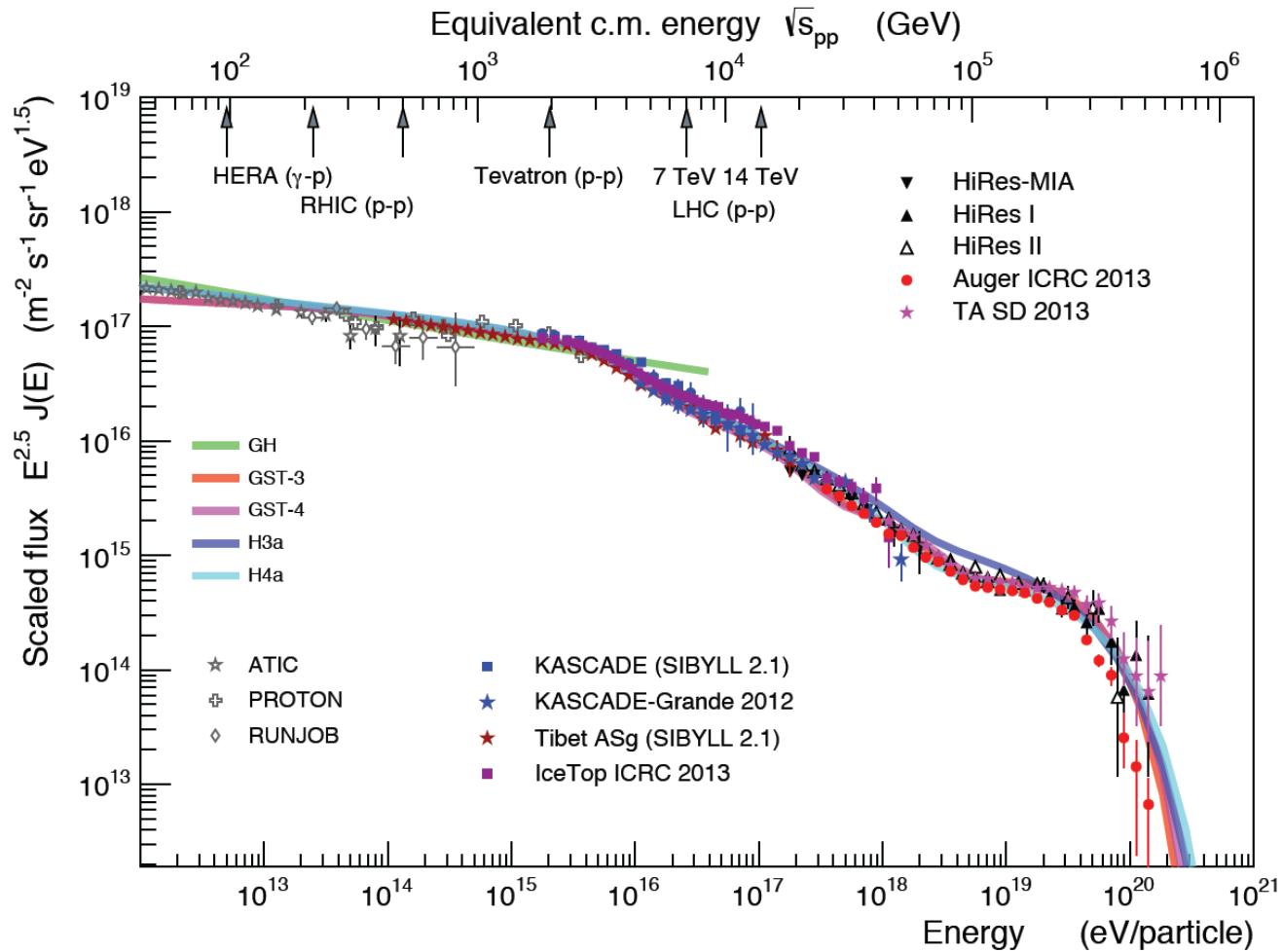
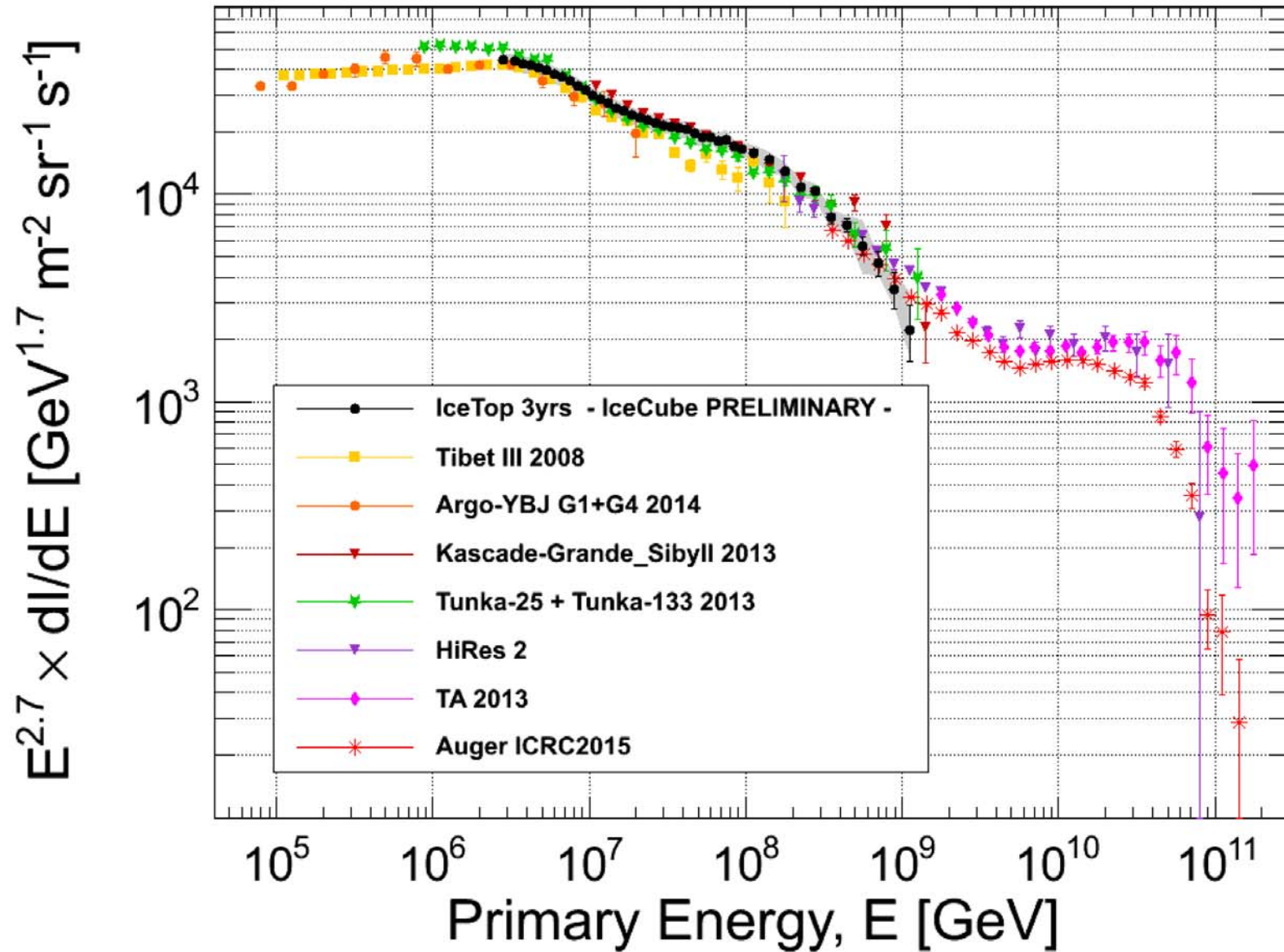


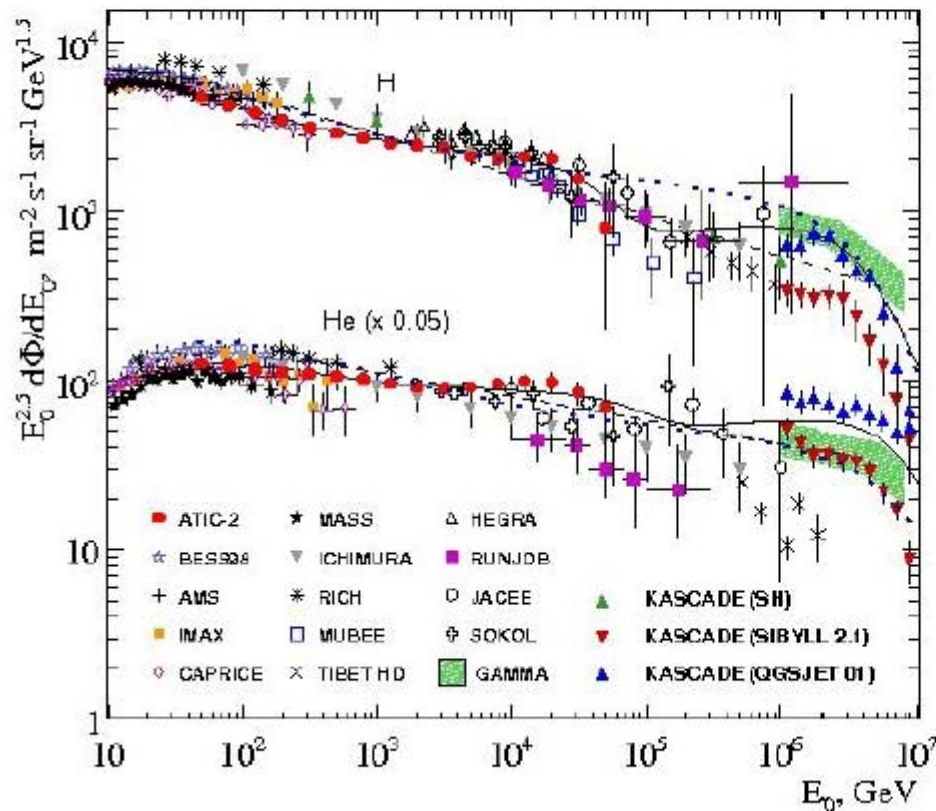
Fig.by R. Engel  
 (from A. Fedynitch,  
 CERN-THESIS-2015-371)  
 [106] K. A. Olive (Particle Data  
 Group). "Review of Particle  
 Physics."  
 Chinese Physics C. 2014. V.  
 38(9), 090001.



# Primary cosmic ray spectra

## ATIC (Advanced Thin Ionization Calorimeter):

- ▶ Wide energy range 50 GeV – 200 TeV
- ▶ Individual charge resolution p, He, C ... Fe
- ▶ Small experimental errors



p, He spectra with balloon, satellite and ground-based measurements.

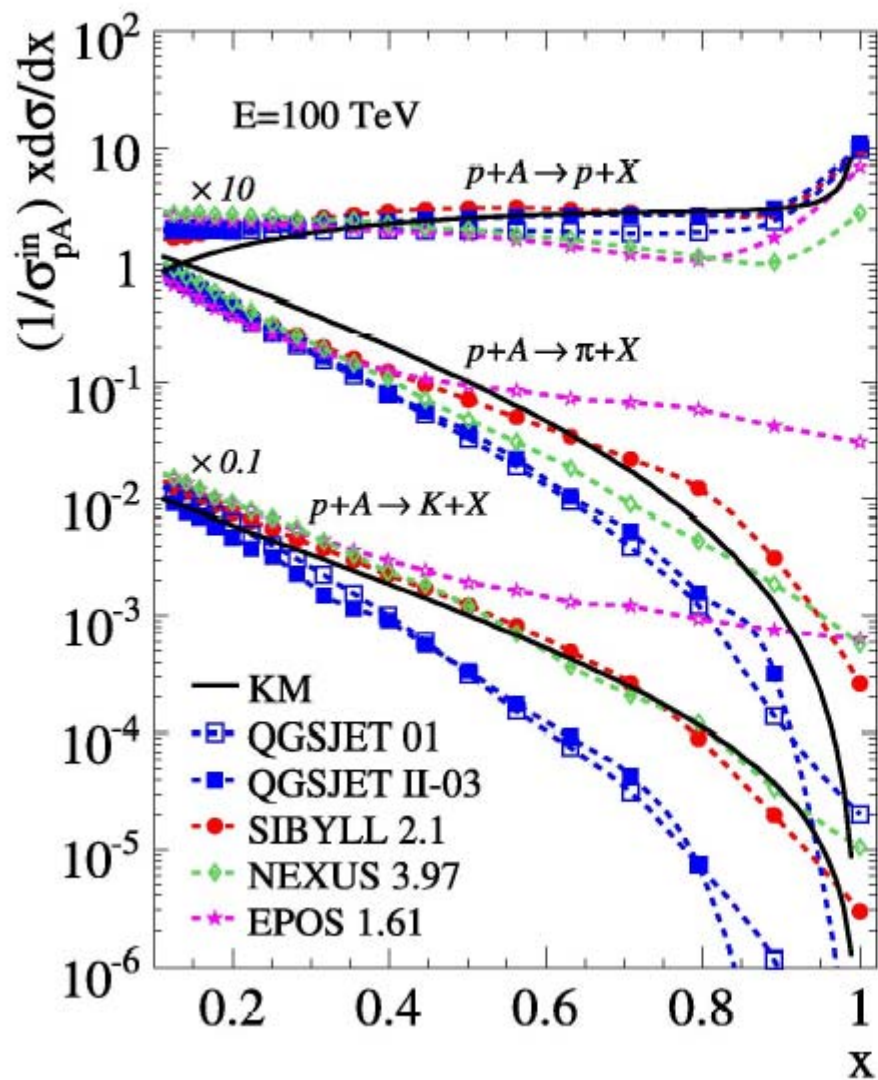
red circles: ATIC-2, A.D. Panov et al., Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 71, 494 (2007); astro-ph/0612377

Solid curve: Zatsepin & Sokolskaya, A & A 458, 1 (2006); Astron. Lett. 33, 25 (2007) ;

dashed: the spectrum by Gaisser, Honda, Lipari, and Stanev, Proc. 27th ICRC, Hamburg, 2001, vol. 1, p. 1643; Gaisser & Honda, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 52, 153 (2002);

dotted: Bererzhko & Völk, Astrophys. J. Lett. 661 (2007) L175

## Hadronic interaction models



► **Kimel & Mikhov model (KM):**

A.N. Kalinovsky, N.V. Mikhov,  
Yu.P. Nikitin, *Passage of high-energy  
particles through matter*, AIP, NY, 1989

► **SIBYLL 2.1:** R.S. Fletcher, T.K.

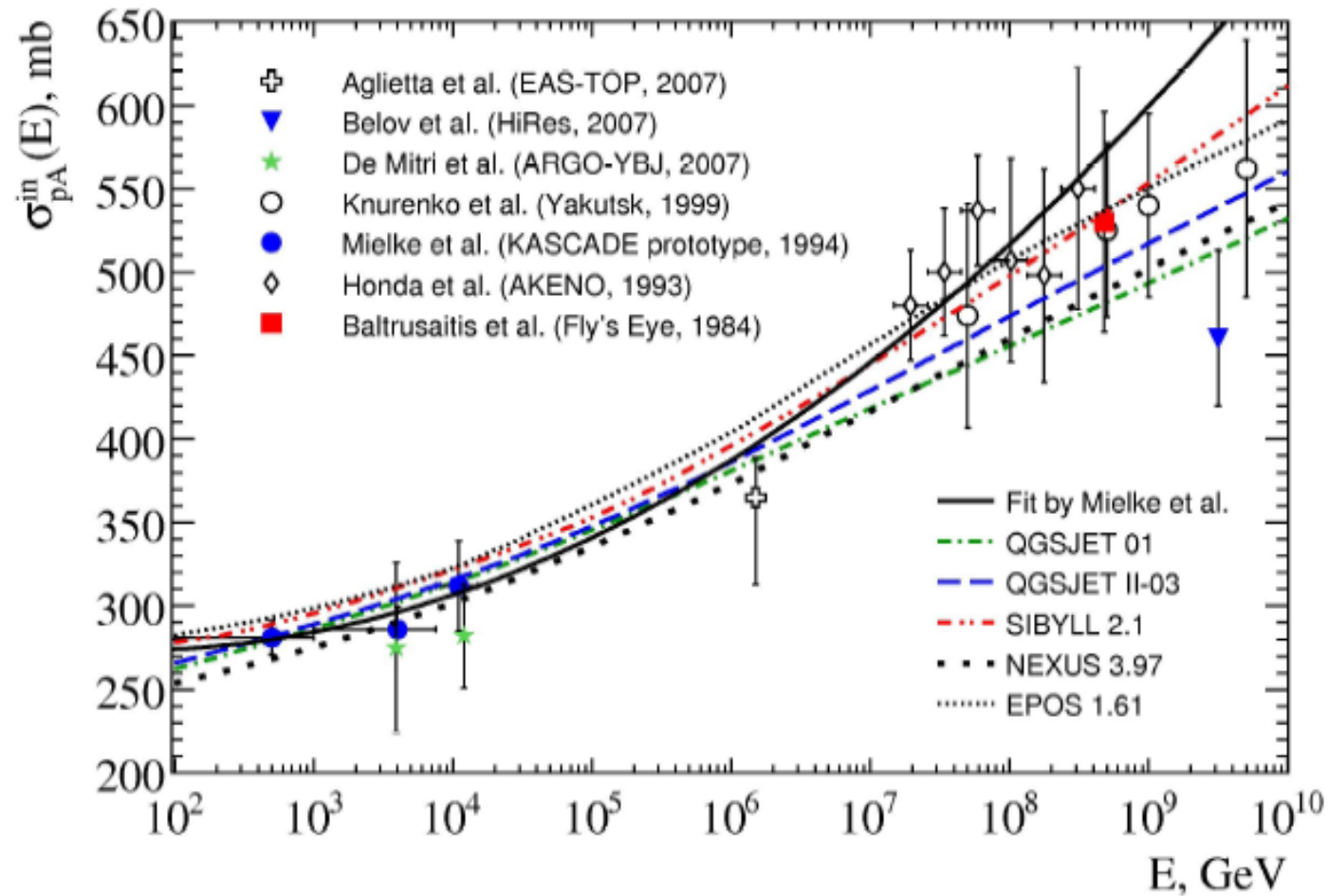
Gaisser, P. Lipari, T. Stanev, *Phys. Rev. D*  
50 (1994) 5710; R. Engel, T. K. Gaisser,  
P. Lipari, T. Stanev, *Proc. 26th ICRC*,  
1999, vol. 1, p. 415; E.-J. Ahn et al. *Phys.*  
*Rev. D* 80 ( 2009) 094003

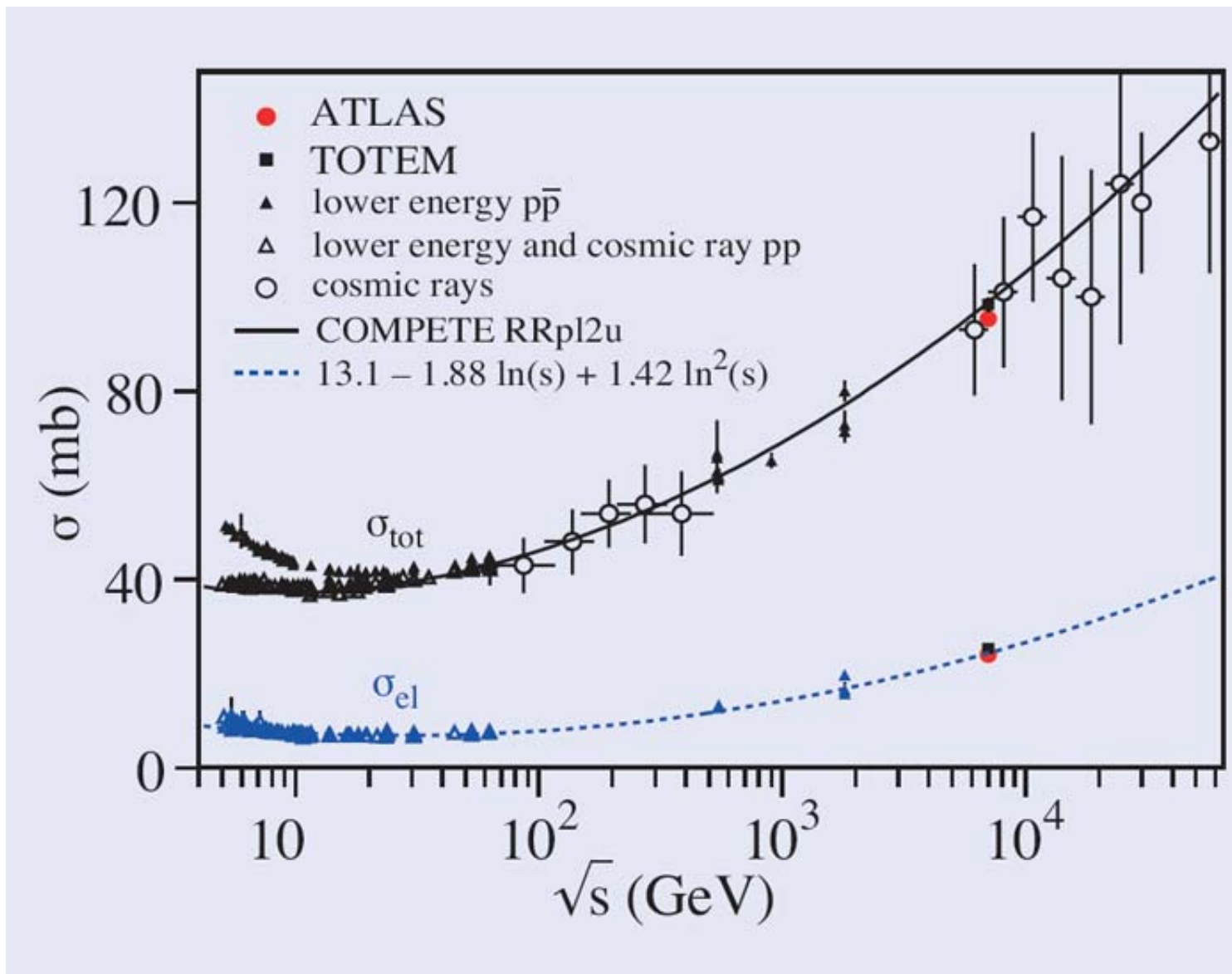
► **QGSJET-II:** N.N. Kalmykov,

S.S. Ostapchenko, A. I. Pavlov,, *Nud.*  
*Phys. B (Proc. Suppl.)* 52 (1997) 17;  
S. S. Ostapchenko, *Nucl. Phys. B (Proc.*  
*Suppl.)* 151 (2006) 143; *Phys. Rev. D* 74  
(2006) 014026



# Inelastic cross-section of p-air collisions



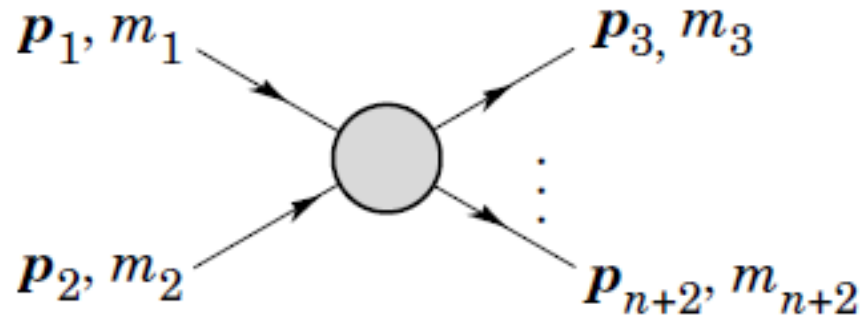


CERN Courier, Sep 23, 2014

arXiv:1408.5778 [hep-ex]

# Кинематика, сечения

2 → n



$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} d\Phi_n(p_1 + p_2; p_3, \dots, p_{n+2})$$

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$$

$$= m_1^2 + 2E_1 E_2 - 2p_1 \cdot p_2 + m_2^2,$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2$$

$$= m_1^2 - 2E_1 E_3 + 2p_1 \cdot p_3 + m_3^2,$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2$$

$$= m_1^2 - 2E_1 E_4 + 2p_1 \cdot p_4 + m_4^2,$$

In the rest frame of  $m_2$ (lab)

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} = m_2 p_{1 \text{ lab}};$$

in the center-of-mass frame

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} = p_{1 \text{ cm}} \sqrt{s}.$$

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2$$

### 3.2.4 Инварианты и энергии (импульсы) частиц.

Переменная Мандельстама  $s$  имеет, как уже говорилось, смысл полной энергии в системе центра масс сталкивающихся частиц, то есть

$$s = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = (E_a^* + E_b^*)^2, \quad (3.25)$$

где звездочка в верхнем индексе, как всегда, помечает кинематические величины в системе центра масс. Кроме того, в системе центра масс  $\mathbf{p}_a^* = -\mathbf{p}_b^*$ . Вспоминая, что  $m_i^2 = E_i^2 - \mathbf{p}_i^2$ , а также, что

$$E_b^* = \sqrt{s} - E_a^*, \quad (3.26)$$

после возведения в квадрат обеих частей имеем:

$$E_a^{*2} - m_a^2 + m_b^2 = s + E_a^{*2} - 2E_a^* \sqrt{s} \Rightarrow E_a^* = \frac{s + m_a^2 - m_b^2}{2\sqrt{s}}. \quad (3.27)$$

Импульс  $p^*$  каждой из частиц  $a$  и  $b$  в системе центра масс:

$$p^{*2} = E_a^{*2} - m_a^2 = E_b^{*2} - m_b^2 = \left( \frac{s + m_a^2 - m_b^2}{2\sqrt{s}} \right)^2 - m_a^2, \quad (3.28)$$



# Инклюзивные реакции

$$a + b \rightarrow c + X$$

$$E = m_T \cosh y, \quad p_x, p_y, p_z = m_T \sinh y, \quad m_T^2 = m^2 + p_x^2 + p_y^2 \quad \text{--“поперечная” масса}$$

$y$  – быстрота:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \ln \left( \frac{E + p_z}{m_T} \right) = \tanh^{-1} \left( \frac{p_z}{E} \right) .$$

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = \frac{d^3 \sigma}{d\phi dy p_T dp_T} \implies \frac{d^2 \sigma}{\pi dy d(p_T^2)}$$

Feynman's  $x$  variable

$$x = \frac{p_z}{p_{z \max}} \approx \frac{E + p_z}{(E + p_z)_{\max}} \quad (p_T \ll |p_z|) .$$

In the c.m. frame,

$$x \approx \frac{2p_{z \text{ cm}}}{\sqrt{s}} = \frac{2m_T \sinh y_{\text{cm}}}{\sqrt{s}} = (y_{\text{cm}})_{\max} = \ln(\sqrt{s}/m) .$$

# Разрешенные интервалы быстрот $a + b \rightarrow c + X$

Для первичных частиц:  $E_a^* = m_a c h y_a^*$ ,  $E_b^* = m_b c h y_b^*$ , (СЦМ)

$E_a = m_a c h y_a$ ,  $|\vec{P}_a| = m_a s h y_a$  (ЛС)

для вторичных частиц (с):  $E = m_{c\perp} c h y$ ,  $p_{\parallel} = m_{c\perp} s h y$

$y = y^* + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + v^*}{1 - v^*}$ ,  $v^* = \frac{|\vec{P}_a|}{E_a + m_a}$ ; **быстрота СЦМ (при  $s \gg m^2$ ):**  $y_s^* \approx \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m_b^2}$

**в СЦМ:**  $y_{\min}^* \leq y^* \leq y_{\max}^*$ ,  $y_{\max(\min)}^* = \pm \frac{1}{2} \ln \frac{E_{\max}^* + p_{\max}^*}{m_{c\perp}} \approx \pm \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m_{c\perp}^2}$

**в ЛС:**  $\ln \frac{m_{c\perp}}{m_b} \leq y \leq \ln \frac{s}{m_b m_{c\perp}}$   $E_{\max}^* = \frac{s + m_c^2 - M_{X\min}^2}{2\sqrt{s}}$

**Кинематически разрешенный интервал быстрот в системе отсчета, движущейся вдоль оси соударения частиц  $a$  и  $b$ :**

$Y = y_{\max}^* - y_{\min}^* \approx \ln \frac{s}{m_{c\perp}^2}$

# Связь переменных $x_F$ , $y$

$$x_F = shy^* / shy_{\max}^*$$

Из определений  $y^*$  и  $x_F = p_{\parallel}^* / |\vec{P}_a^*| \approx 2p_{\parallel}^* / \sqrt{s}$  получим  $x_F = p_{\parallel}^* / |\vec{P}_a^*| \approx (2m_{\perp} \sqrt{s}) shy^*$

или 
$$x_F = \frac{m_{\perp} shy^*}{m_a shy_a^*}$$

При  $s \gg m_a^2$  и  $\Delta x_F \sim 2m_{\perp} / \sqrt{s} \rightarrow 0$  находим  $\Delta y^* \sim 1$  – конечный интервал

$$y^* = \frac{1}{2} \ln \frac{(E + p_{\parallel})^2}{m_{\perp}^2} \approx \ln \frac{(2p_{\parallel} + m_{\perp}^2 / 2p_{\parallel}) \sqrt{s}}{m_{\perp} \sqrt{s}} \approx \ln \frac{x_F \sqrt{s} (1 + 2m_{\perp}^2 / x_F^2 s)}{m_{\perp}}$$

для не слишком малых  $x_F$  найдем 
$$y^* \approx \ln (x_F \sqrt{s} / m_{\perp}^2)$$

или

$$x_F \approx \begin{cases} \exp(y^* - y_{\max}^*), & x_F > 0 \\ -\exp(|y^*| - y_{\max}^*), & x_F < 0 \end{cases} \quad x_F(y^* = y_{\min}^*) = -1, \quad x_F(y^* = y_{\max}^*) = 1,$$

## Связь $x_F$ и $x_L$ :

$$x_L \approx x_F [1 + m_{\perp}^2 / (x_F^2 s)] \quad \text{для} \quad x_F \gg 2m_{\perp} / \sqrt{s}$$

В области

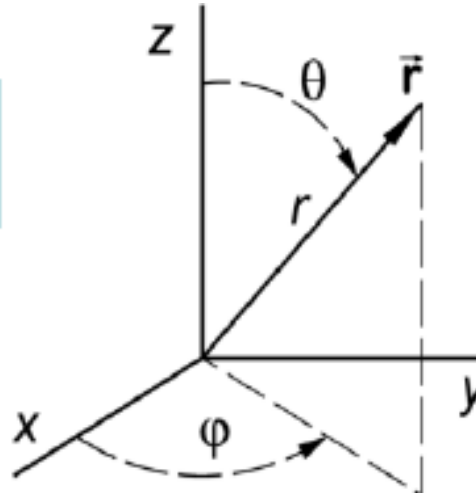
$$-2m_{\perp} / \sqrt{s} \leq x_F \leq 2m_{\perp} / \sqrt{s}$$

распределение по  $x$  меняется существенно при переходе от СЦМ к ЛС (АЛС)

Можно убедиться, что вблизи  $|x_F| \sim 0$  продольная быстрота тоже мала:  $|\eta_{c, long}^*| \sim 0$ , но в этой, т. н. "центральной" области, данный конечный фиксированный интервал  $\Delta x_F$  с ростом энергии столкновения ( $\sqrt{s}$ ) отображается на растущий с  $\sqrt{s}$  интервал быстроты (см. например, [4]). Иными словами, быстрота "растягивает" центральную область по сравнению с  $|x_F|$ .

# Псевдобыстрота

$$\eta = -\ln \tan \theta / 2$$



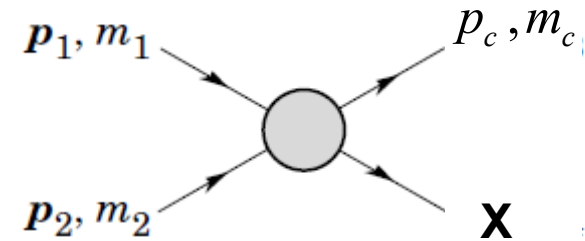
Новое явление в сильных взаимодействиях ?

JHEP 1009 (2010) 091

# Инвариантные переменные $s, v_1, v_2$

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - q)^2, \quad u = (p_2 - q)^2$$

$$q = (E_c, \vec{p}_c)$$



Энергия частицы  $c$  в системе покоя частицы 1 (2), умноженная на массу  $m_{1(2)}$  :

$$v_1 = p_1 q = \frac{m_1^2 + m_c^2 - t}{2} \approx \frac{-t}{2}$$

$$v_2 = p_2 q = \frac{m_2^2 + m_c^2 - u}{2} \approx \frac{-u}{2}$$

Инклюзивная реакция как квазидвухчастичная :

$$p_3 \equiv p_c = q, \quad m_3 \equiv m_c$$

$$m_4 \equiv M_x$$

Эффективная (потерянная) масса инклюзивной реакции  $M_x$

$$s + t + u = M_x^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_c^2$$

Убедиться, что полученные соотношения верны и

$$E_c = v_1 / m_1 \quad \text{или} \quad E_c = v_2 / m_2$$

# Преобразования Лоренца

скорость СЦМ относительно ЛС

$$\beta = V = \frac{|\vec{P}_a|}{E_a} = \frac{(1/2)\sqrt{s-4m^2}}{(1/2)\sqrt{s}} = \sqrt{1-4m^2/s};$$

Лоренц-фактор  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\sqrt{s}}{2m}$

$$\begin{pmatrix} E^* \\ p_x \\ p_y \\ p_z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma & 0 & 0 & -\beta\Gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\Gamma & 0 & 0 & \Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

$$p_z^* = \frac{\sqrt{s}}{2m} (p_z - E\sqrt{1-4m^2/s})$$

$$p_z = \frac{\sqrt{s}}{2m} (p_z^* + E^*\sqrt{1-4m^2/s}) =$$

$$= \frac{\sqrt{s}}{2m} (p_z^* + |p_z^*| \sqrt{1+m_{\perp}^2/(p_z^*)^2} (1-2m^2/s)) =$$

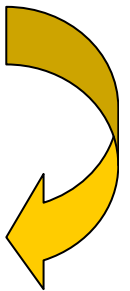
$$= \frac{\sqrt{s}}{2m} (p_z^* + |p_z^*| (1+m_{\perp}^2/2p_z^{*2}) (1-2m^2/s))$$

$$p_z \equiv p_{\parallel}, \quad p_{\perp} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad m_{\perp} = \sqrt{m_c^2 + p_{\perp}^2}$$

$$E^* \approx p_z^* + \frac{m_{\perp}^2}{2p_z^*}, \quad x = 2p_z^* / \sqrt{s}$$



$$\lim_{\substack{s \rightarrow \infty \\ 2m_{\perp}/\sqrt{s} \ll |x|}} p_{\parallel} = \begin{cases} \frac{mx}{2} \left( 1 - \frac{m_{\perp}^2}{m^2 x^2} \right), & x < 0 \\ \frac{sx}{2m} \rightarrow +\infty & x > 0 \end{cases}$$



# Кинематика инклюзивных реакций

ЛС

$$\lim_{\substack{s \rightarrow \infty \\ 2m_{\perp}/\sqrt{s} \ll |x|}} p_{\parallel} = \begin{cases} \frac{mx}{2} \left( 1 - \frac{m_{\perp}^2}{m^2 x^2} \right), & x < 0 \\ \frac{sx}{2m} \rightarrow +\infty & x > 0 \end{cases}$$

фрагментация мишени (target)  
фрагментация снаряда (projectile)

АЛС

$$\lim_{\substack{s \rightarrow \infty \\ 2m_{\perp}/\sqrt{s} \ll |x|}} p'_{\parallel} = \begin{cases} \frac{mx}{2} \left( 1 - \frac{m_{\perp}^2}{m^2 x^2} \right), & x > 0 \\ \frac{sx}{2m} \rightarrow -\infty & x < 0 \end{cases}$$

фрагментация снаряда  
фрагментация мишени

ЛС

$$\lim_{\substack{s \rightarrow \infty \\ |x| \ll 2p_{\perp} \sqrt{s}}} p_{\parallel} = \frac{m_{\perp} \sqrt{s}}{2m} \rightarrow +\infty$$

область пионизации

СЦМ

$$-\frac{2m_{\perp}}{\sqrt{s}} \leq x \leq \frac{2m_{\perp}}{\sqrt{s}}$$

продольный импульс в сцм мал - медленные частицы

# Области фрагментации и пионизации

Ниже везде  $x_F \equiv x$   $s \gg m_a^2$

I. Фрагментация снаряда (налетающей) – область быстрых частиц, вылетающих в переднем конусе

$$2m_{\perp} / \sqrt{s} \ll x \leq 1 \quad (\text{СЦМ})$$

$$y \simeq \ln[(xs / (m_{\perp} m_b)], \quad x = \exp(y - y_{\max}) \simeq \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m_{c\perp}^2} \quad y_{\max} \simeq \ln \frac{s}{m_b m_{c\perp}} \quad (\text{ЛС})$$

$$p_{\parallel} = xs / 2m_b$$

II. Область пионизации (центральное плато) - медленные частицы в СЦМ

$$-2m_{\perp} / \sqrt{s} \leq x \leq 2m_{\perp} / \sqrt{s}; \quad y \simeq \ln(\sqrt{s} / m_b), \quad p_{\parallel} \sim (\sqrt{s} / 2m_b) m_{\perp}$$

$$\text{т. е.} \quad |p_{\parallel}^*| \leq m_{\perp}$$

III. Фрагментация мишени  $-1 \leq x \leq -2m_{\perp} / \sqrt{s};$

$$y \simeq \ln(-m_{\perp} / xm_b), \quad x = -\exp(y_{\min} - y), \quad y_{\min} \simeq \ln \frac{m_{\perp}}{m_b}$$

Нет общепринятого определения границ разделяющих области фрагментации (мишени и снаряда) и пионизации (центральная область), хотя это важно, поскольку в этих областях действуют разные механизмы множественного рождения частиц



# Границы областей пионизации и фрагментации

I.  $y_{\max} - L \leq y \leq y_{\max}$

II.  $L \leq y \leq y_{\max} - L$   $L \sim 2 - 3$

III.  $y_{\min} \leq y \leq L$

Такое определение соответствует гипотезе фейнмановского скейлинга; область пионизации растет логарифмически с энергией (расширение плато), а области фрагментации остаются неизменными.

Иногда области вблизи кинематических границ рассматривают отдельно – это дифракционные области.

•  $|x| \sim 1, \quad y^* \sim \frac{1}{2} \ln(s / m_{\perp}^2),$

## Фейнмановский скейлинг (масштабная инвариантность)

- В области фрагментации  $E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} \equiv F_1(s, E, \vec{p}) \approx f(x, p_{\perp})$  (СЦМ)
- или  $E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = f(p_{\parallel} / E_a, p_{\perp})$  (ЛС)
- В области пионизации  $F_1(s, E, \vec{p}) \approx f(p_{\perp}) \approx \text{const}$

Интуитивная картина скейлинга:

Полное сечение зависит главным образом от геометр. размера групп частиц (кластеров – фрагментов снаряда и/или мишени) -  $\sigma \sim 1/\lambda^2$ .

Похожим образом инклюзивные сечения рождения частиц в одной из фрагментационных областей зависят от способа, которым эти кластеры превращаются в струи адронов, но не зависят существенно от энергии. В центральной обл. сечения растут грубо пропорциональна интервалу доступных быстрот:  $y \sim \ln s$  (следовательно,  $\langle n \rangle \sim \ln s$ ).

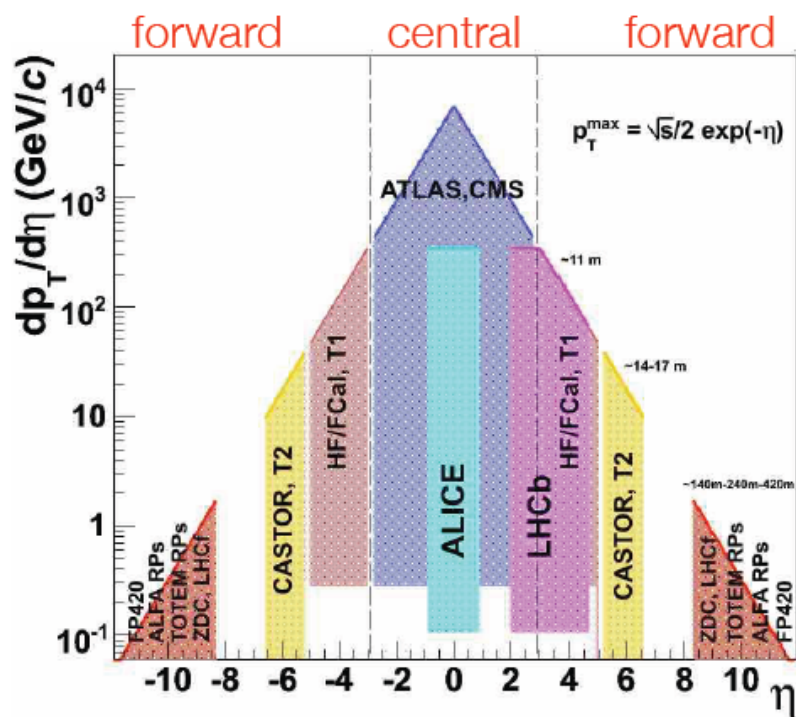
# Нарушение фейнмановского скейлинга

- существует фундаментальная длина - нелокальность сильного взаимодействия; или
- рождаются сгустки частиц с неограниченно растущими массами (например, гидродинамический разлет системы).

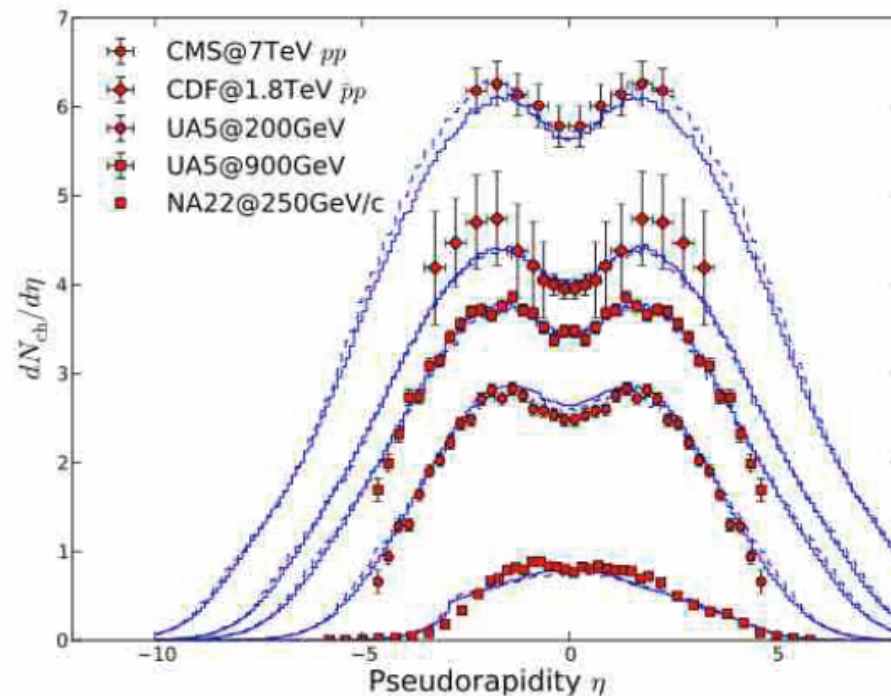
На эксперименте значительное нарушение фейнмановского скейлинга имеет место при малых  $x$  – рост плато инклюзивных распределений в центральной области; небольшое нарушение – в области фрагментации (20- 30% ?).

# Передняя полусфера (рассеяние вперед)

- ✓ Particles at small angles carry more than 90% of the energy in a collision and are clearly crucial in determining the EAS properties
- ✓ In EAS physics the *forward region* is the most relevant.
- ✓ Models tuned to accelerator measurement and extrapolated

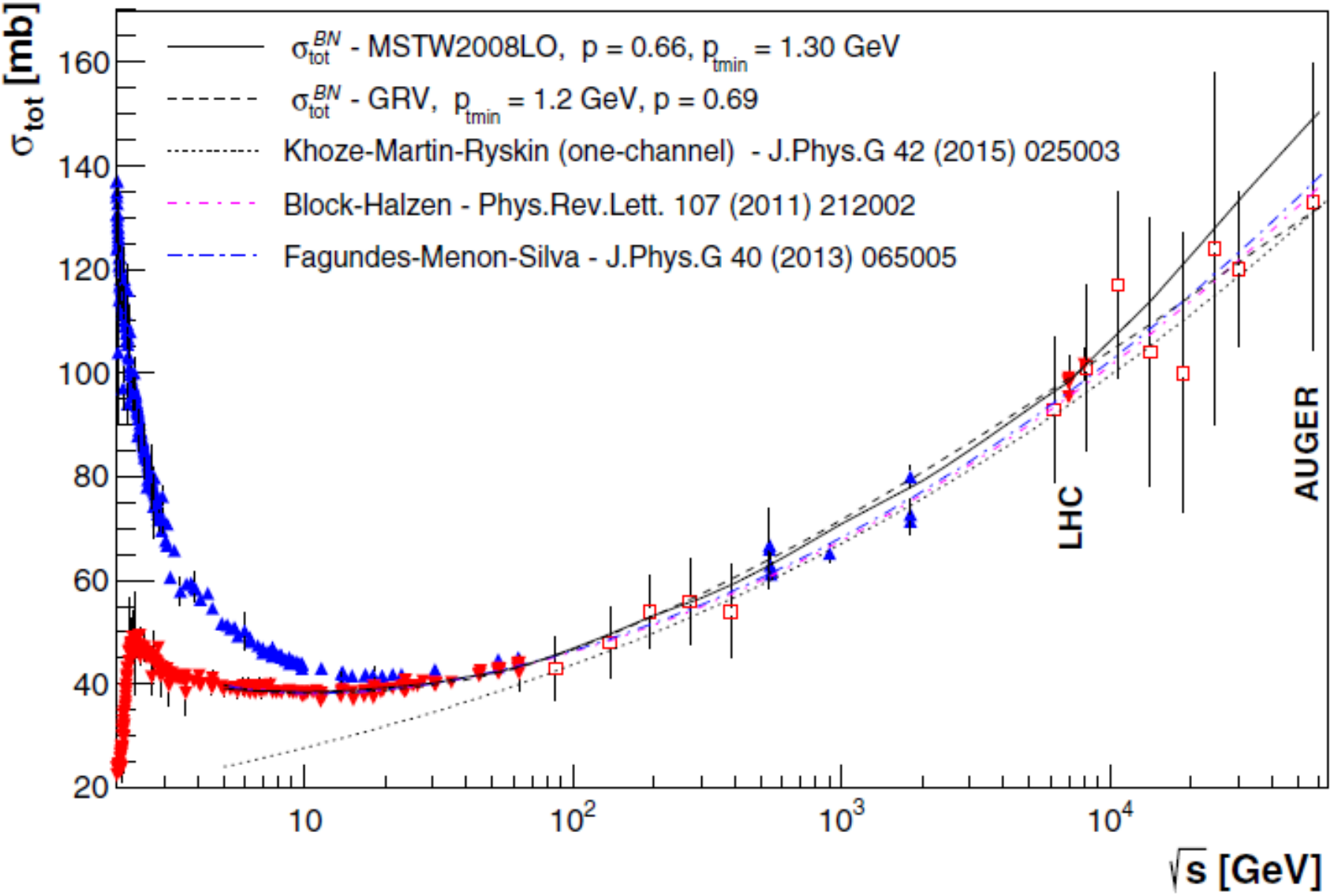


Адронный каскад

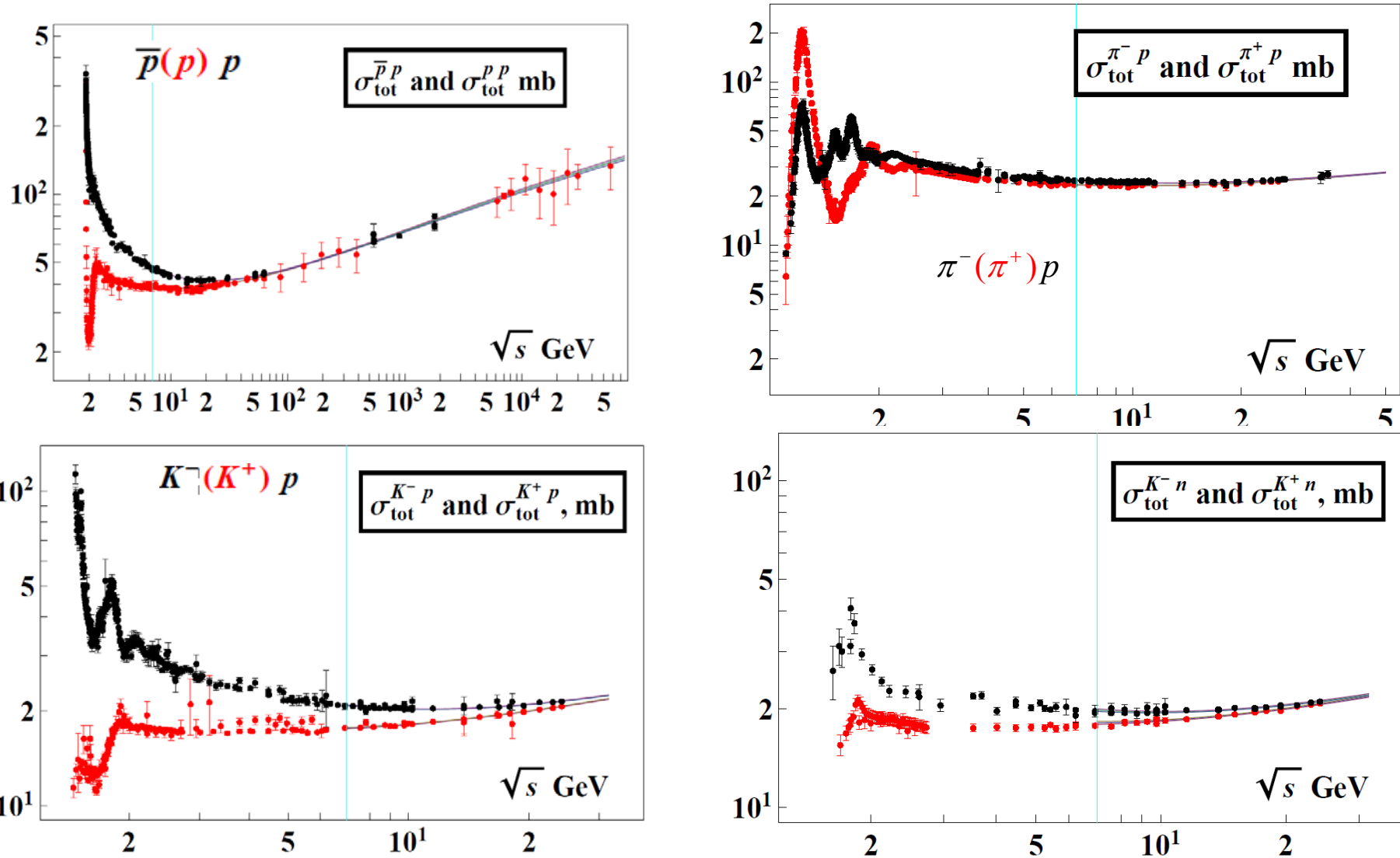


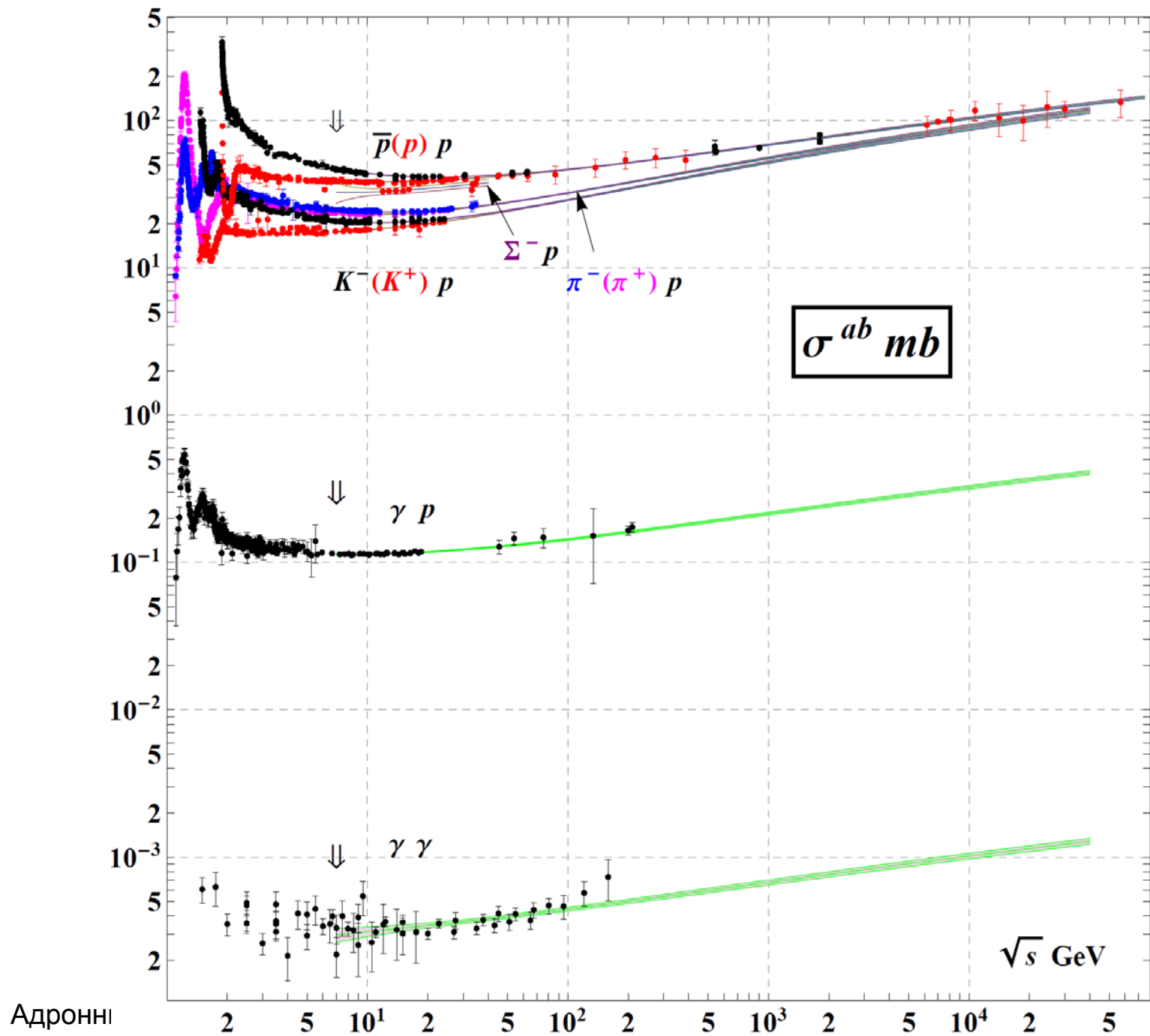
С. Синеговский\_2018

# Рост полного сечения pp-соударений



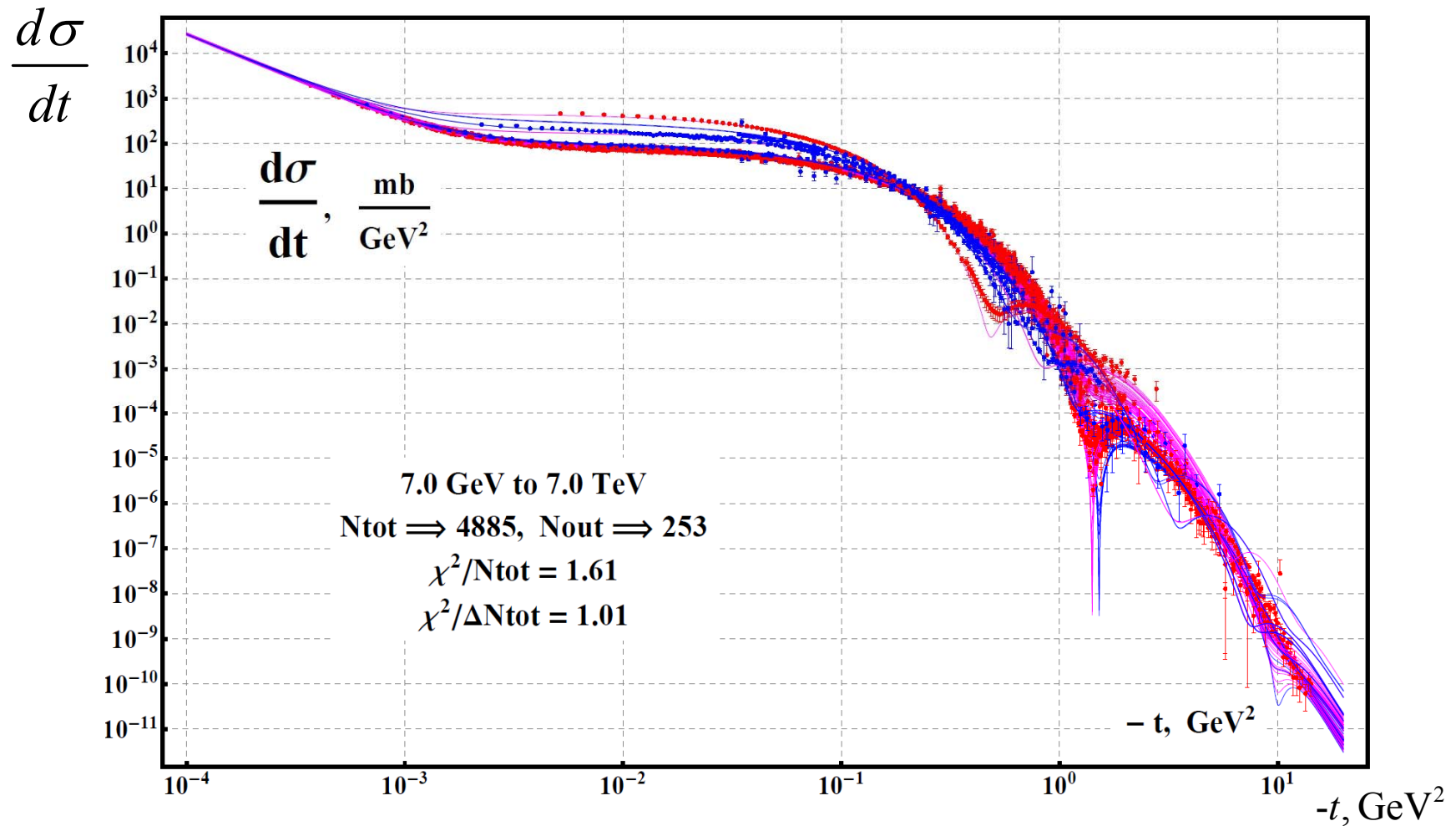
# Review of Particle Physics 2014 (PDG)





Адронні

# High Energy Elastic $\bar{p}p$ and $pp$ Differential Cross Sections



Cumulative plots of data on  $d\sigma/dt$  and model description for  $\bar{p}p$  (blue,blue) and  $pp$  (red,magenta) elastic collisions at  $\sqrt{s} \geq 7 \text{ GeV}$



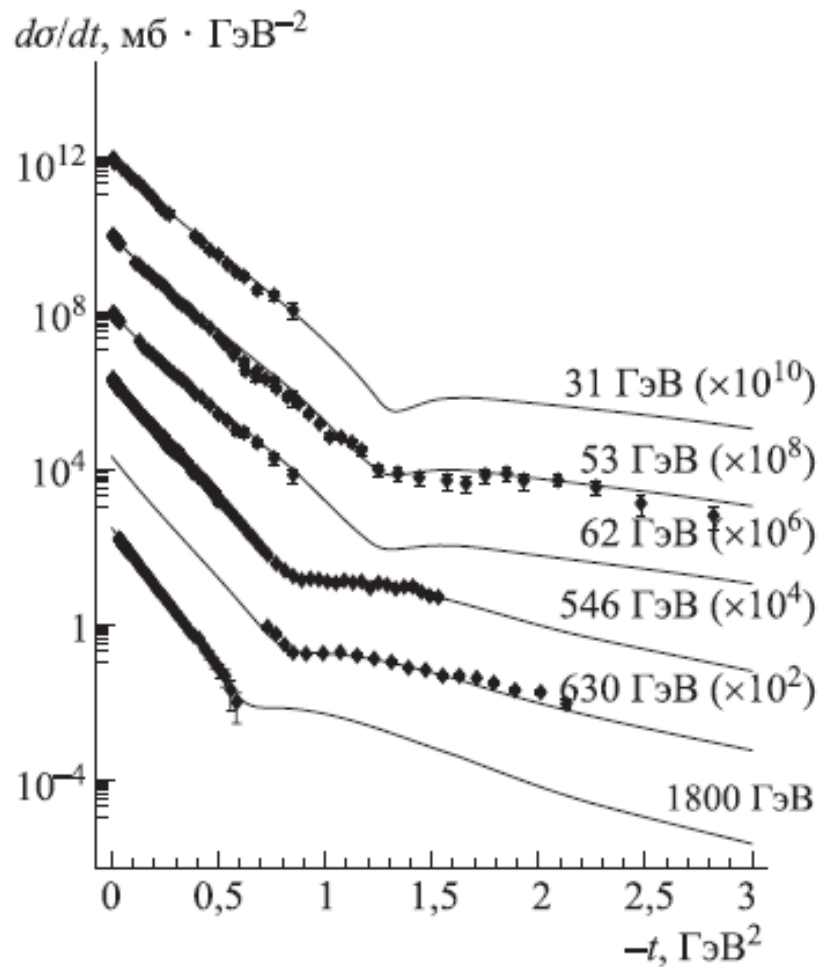


Рис. 1. Дифференциальные сечения для процесса  $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$  при различных значениях энергии столкновения

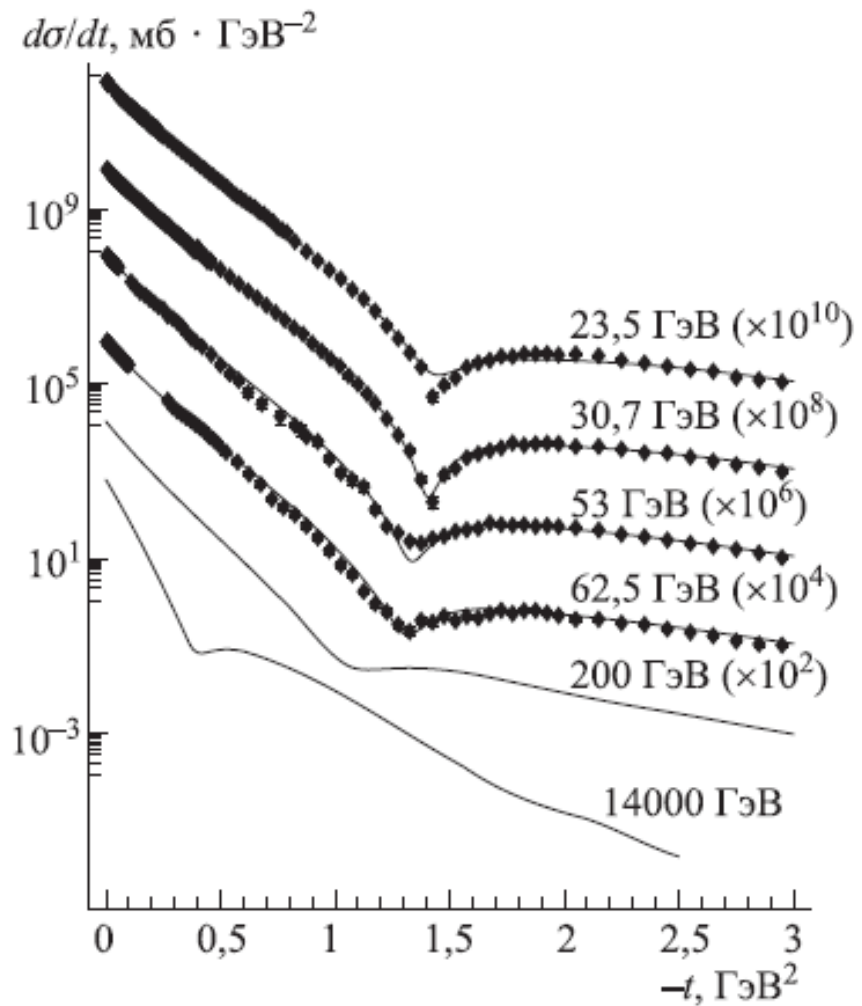
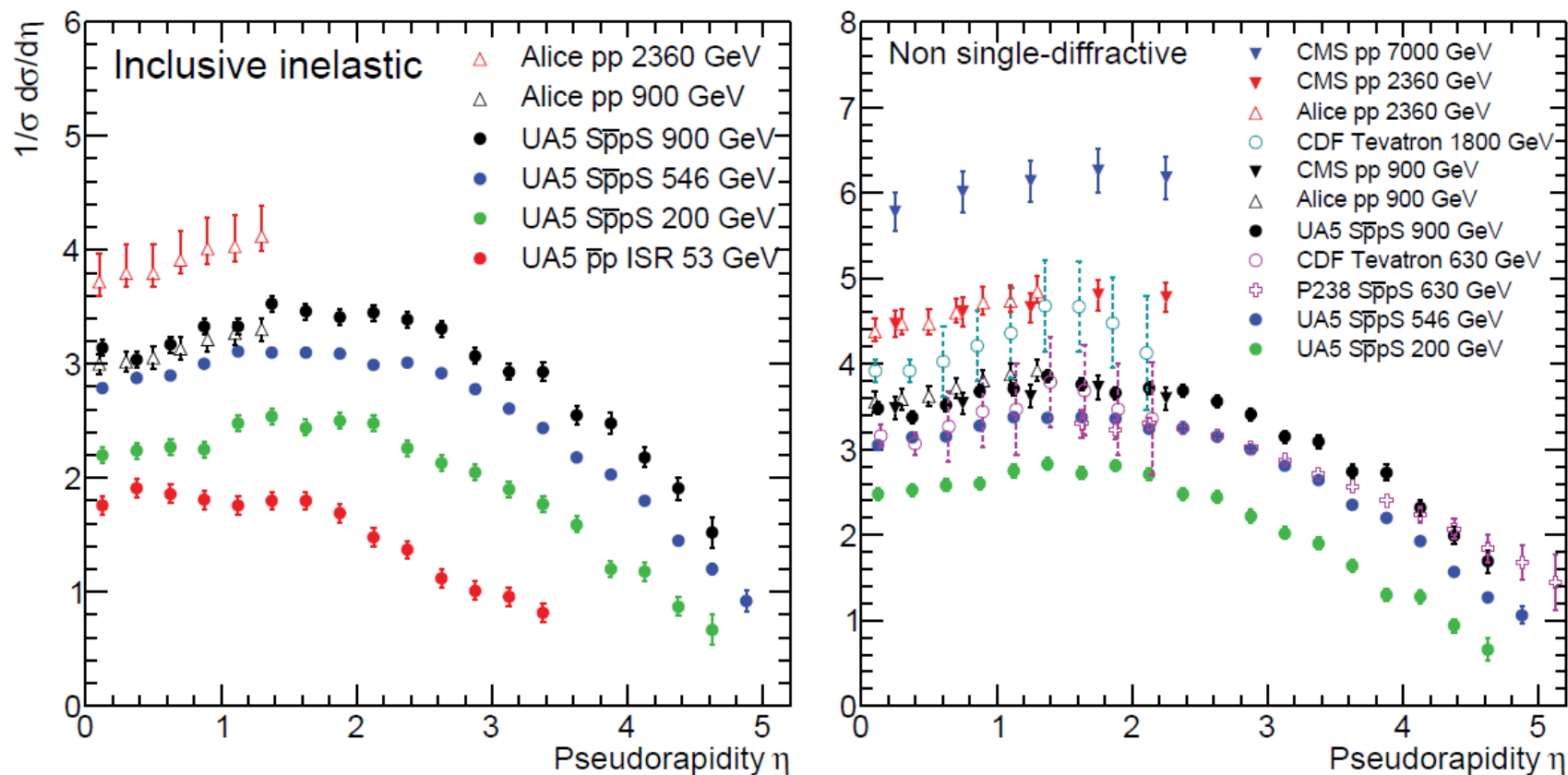


Рис. 2. Дифференциальные сечения для процесса  $pp \rightarrow pp$  при различных значениях энергии столкновения

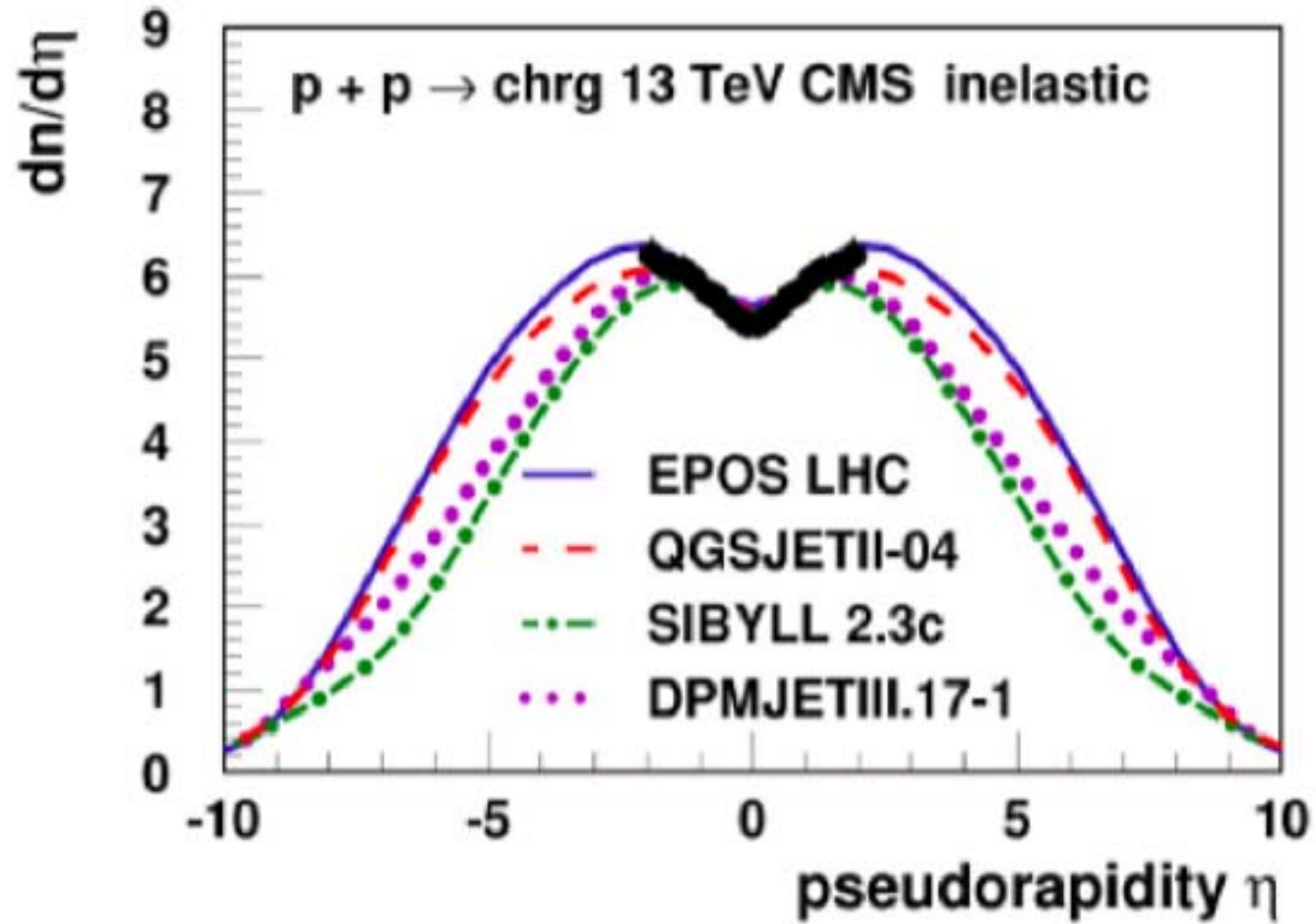
## Pseudorapidity Distributions in $pp$ and $\bar{p}p$ Interactions



$$\eta = -\ln \operatorname{tg}(\theta / 2)$$

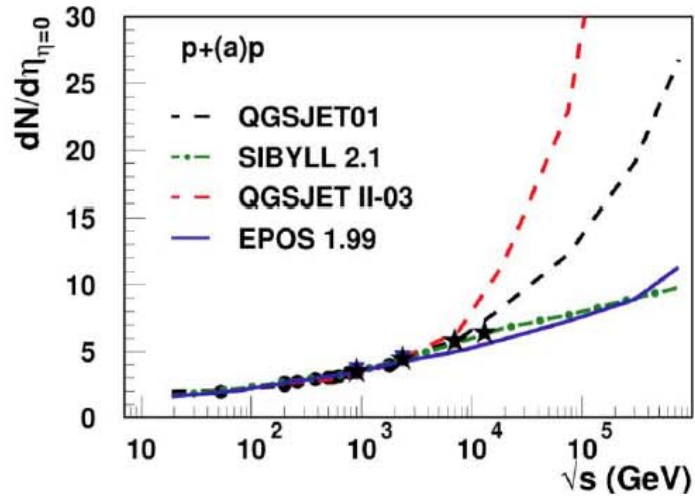
**Figure 50.4:** Charged particle pseudorapidity distributions in  $\bar{p}p$  collisions for  $53 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 1800 \text{ GeV}$ . UA5 data from the  $S\bar{p}pS$  are taken from G.J.Alners *et al.*, *Z. Phys.* C33, 1 (1986), and from the ISR from K.Alpgøard *et al.*, *Phys.Lett.* 112B 193 (1982). The UA5 data are shown for both the full inelastic cross-section and with singly diffractive events excluded. Additional non single-diffractive measurements are available from CDF at the Tevatron, F.Abe *et al.*, *Phys. Rev.* D41, 2330 (1990) and from P238 at the  $S\bar{p}pS$ , R.Harr *et al.*, *Phys. Lett.* B401, 176 (1997). These may be compared with both inclusive and non single-diffractive measurements in  $pp$  collisions at the LHC from ALICE, K.Aamodt *et al.*, *Eur. Phys. J.* C68, 89 (2010) and for non single-diffractive interactions from CMS, V.Khachatryan *et al.*, *JHEP* 1002:041 (2010), *Phys. Rev. Lett.* 105, 022002 (2010). (Courtesy of D.R. Ward, Cambridge Univ., 2013)

pp

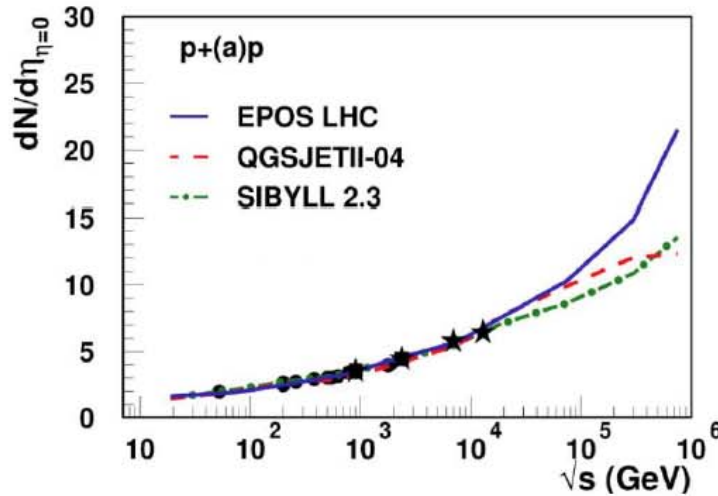


# Do These Data Help? Yes!!

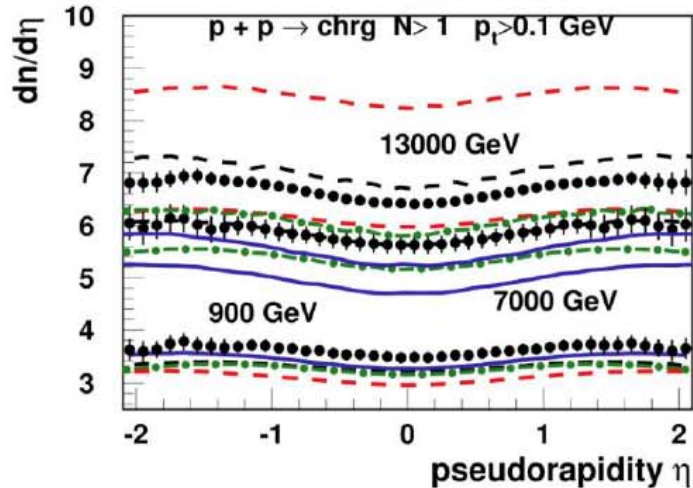
Pre - LHC



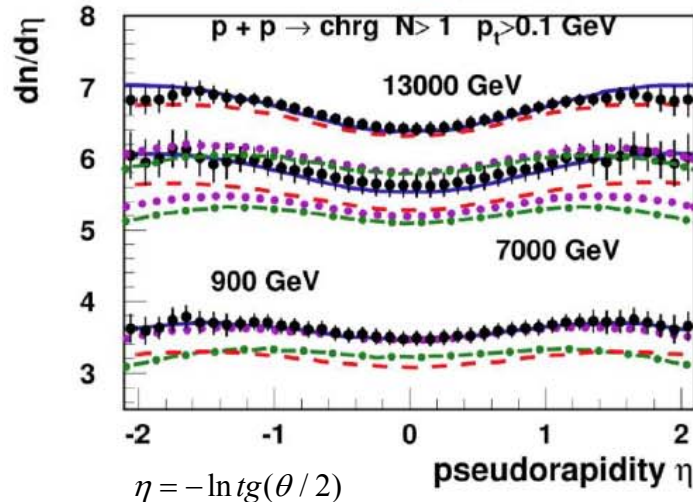
Post - LHC



Pre - LHC



Post - LHC



T. Pierog: UHECR meeting in Kyoto Japan October '16



# Hadronic Interactions and Air Showers

T. Pierog's talk in May 2018@ ISVEHCRI

Post-LHC models still can **NOT** reproduce EAS data **consistently** but some solutions are under study. **Remaining uncertainties** linked to model limitations and lack of (light) **nuclear target**.

- **DPMJETIII.17-1** by S. Roesler, A. Fedynitch, R. Engel and J. Ranft
- **EPOS (1.99/LHC)** (from VENUS/NEXUS before) by H.J. Drescher, F. Liu, T. Pierog and K.Werner.
- **QGSJET** (01/II-03/II-04/III) by S. Ostapchenko (starting with N. Kalmykov)
- **Sibyll (2.1/2.3c)** by E-J Ahn, R. Engel, R.S. Fletcher, T.K. Gaisser, P. Lipari, F. Riehn, T. Stanev

# Адронная компонента ШАЛ

Модель адронного каскада, генерируемого нуклонами космических лучей высоких энергий:

- ✓ ядра космических лучей рассматриваются как совокупность несвязанных нуклонов (приближение суперпозиции);
- ✓ используется одномерное приближение для каскада (приближение "прямо-вперёд"), основанное на сильной анизотропии в угловом распределении ультррелятивистских вторичных частиц;
- ✓ пренебрегается потерями энергии на электромагнитные взаимодействия, так как они малы по сравнению с характерным для сильного взаимодействия масштабом ( $\sim 0.2$  ГэВ);
- ✓ влияние геомагнитного поля несущественно для частиц с энергий  $E > 1$  ГэВ;
- ✓ на первом этапе не учитывается вклад процессов рождения нуклон-антинуклонных пар в мезон-ядерных взаимодействиях, что позволяет отщепить нуклонную часть каскада от мезонной;
- ✓ учитываются процессы регенерации и неупругой перезарядки нуклонов и пионов.

## Уравнения для нуклонной компоненты ШАЛ (1)

$$a + A \rightarrow b + X \quad (a = p, n; b = p, n) \quad \frac{d\sigma_{ab}(E_0, E)}{dE} = 2\pi \int_0^{p_T^{\max}} \frac{p_T}{p_L} \left( E \frac{d^3\sigma_{ab}}{d^3p} \right) dp_T,$$

$$\ell = \frac{1}{n\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \quad \longrightarrow \quad \lambda_N(E) = \rho\ell = nm_N\ell = \frac{m_N}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} = \frac{A}{N_A\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} = \frac{1}{N_0\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)}.$$

$$\lambda_N(E) = 1/(N_0\sigma_{NA}^{\text{in}})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(E, h)}{\partial h} = & -\frac{p(E, h)}{\lambda_N(E)} + \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_E^{\infty} \frac{1}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{pp}(E_0, E)}{dE} p(E_0, h) dE_0 + \\ & + \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_E^{\infty} \frac{1}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{np}(E_0, E)}{dE} n(E_0, h) dE_0. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(E, h)}{\partial h} = & -\frac{n(E, h)}{\lambda_N(E)} + \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_E^{\infty} \frac{1}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{nn}(E_0, E)}{dE} n(E_0, h) dE_0 + \\ & + \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_E^{\infty} \frac{1}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{pn}(E_0, E)}{dE} p(E_0, h) dE_0, \end{aligned}$$

## Уравнения для нуклонной компоненты ШАЛ (2)

Граничные условия:

$$p(E, h = 0) = p_0(E), \quad n(E, h = 0) = n_0(E).$$

Замена:

$$N^\pm(E, h) = p(E, h) \pm n(E, h),$$

$$N_0^\pm(E, 0) = p_0(E) \pm n_0(E)$$

$$\frac{\partial N^\pm(E, h)}{\partial h} = -\frac{N^\pm(E, h)}{\lambda_N(E)} + \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_E^\infty \frac{1}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \left[ \frac{d\sigma_{pp}(E_0, E)}{dE} \pm \frac{d\sigma_{pn}(E_0, E)}{dE} \right] N^\pm(E_0, h) dE_0 \quad (1')$$

Ищем решение в виде

$$N^\pm(E, h) = N_0^\pm(E, 0) \exp \left[ -\frac{h}{\Lambda_N^\pm(E, h)} \right], \quad (2)$$

$$\frac{1}{\Lambda_N^\pm(E, h)} = \frac{1 - Z_{NN}^\pm(E, h)}{\lambda_N(E)}$$

или

$$Z_{NN}^\pm(E, h) = 1 - \frac{\lambda_N(E)}{\Lambda_N^\pm(E, h)} \quad (3)$$

**Z-факторы**



# Решение уравнений для нуклонов (1)

$$x = \frac{E}{E_0}$$

$$\frac{\partial(hZ_{NN}^{\pm})}{\partial h} = \int_0^1 \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) \exp\left[-\frac{h}{\Lambda_N^{\pm}(E/x, h)} + \frac{h}{\Lambda_N^{\pm}(E, h)}\right] dx \quad (4)$$

$$\Phi_{NN}^{\pm}(E, x) = \frac{E}{\sigma_{NA}^{\text{in}}(E)} \left[ \frac{d\sigma_{pp}(E_0, E)}{dE} \pm \frac{d\sigma_{pn}(E_0, E)}{dE} \right]_{E_0=E/x} \quad \eta_{NN}^{\pm}(E, x) = \frac{N_0^{\pm}(E/x, 0)}{x^2 N_0^{\pm}(E, 0)}$$

Формальное решение ур. (4) приводит к интегральному уравнению для Z-факторов:

$$Z_{NN}^{\pm}(E, h) = \frac{1}{h} \int_0^h dt \int_0^1 dx \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) \exp[-tD_{NN}^{\pm}(E, x, t)], \quad (5)$$

где  $D_{NN}^{\pm}(E, x, t) = \frac{1 - Z_{NN}^{\pm}(E/x, t)}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1 - Z_{NN}^{\pm}(E, t)}{\lambda_N(E)}$  **коэф. поглощения**

Идея решения (5) почти очевидна - последовательные приближения, т.е. разложение по малому параметру:

$$|hD_{NN}^{\pm}(E, x, h)| \sim h |1/\lambda_N(E/x) - 1/\lambda_N(E)| \ll 1.$$

Простейший выбор:

$$Z_{NN}^{\pm(1)} = \int_0^1 dx \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) \frac{1 - \exp[-hD_{NN}^{\pm(0)}(E, x)]}{hD_{NN}^{\pm(0)}(E, x)}$$

$$Z_{NN}^{\pm(0)}(E, h) = 0 \quad D_{NN}^{\pm(0)}(E, x) = 1/\lambda_N(E/x) - 1/\lambda_N(E) \quad (6)$$

Адронный каскад

С. Синеговский\_2018

37

## Решение уравнений для нуклонов (2)

Считая  $hD_{NN}^{(0)} \ll 1$ ,

разложим экспоненту в (6) в ряд, ограничившись квадратичным по  $hD_{NN}^{(0)}$  слагаемым, получим

$$Z_{NN}^{\pm(1)} = \int_0^1 dx \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) [1 - hD_{NN}^{\pm(0)}(E, x) / 2] \quad (7)$$

Для  $n$ -го приближения находим

$$Z_{NN}^{\pm(n)} = \frac{1}{h} \int_0^h dt \int_0^1 dx \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) \exp[-tD_{NN}^{\pm(n-1)}(E, x, t)] \quad (8)$$

$$D_{NN}^{\pm}(E, x, t) = \frac{1 - Z_{NN}^{\pm}(E/x, t)}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1 - Z_{NN}^{\pm}(E, t)}{\lambda_N(E)} \quad (9)$$

## Простая модель нуклонного каскада (1)

1) спектр первичных космических лучей  $N^\pm(E, h = 0) = N_0 E^{-(\gamma+1)}$ ; в этом случае  $\eta_{NN}^\pm(E, x) = x^{\gamma-1}$ ;

2) полное сечение неупругого взаимодействия логарифмически растет с энергией  $\sigma_{NA}^{\text{in}}(E) = \sigma_{NA}^0 [1 + \beta_N \ln(E/E_1)]$  (здесь  $\sigma_{NA}^0 = 275$  мбн,  $\beta_N = 0.07$ ,  $E_1 = 100$  ГэВ), т. е. пробег нуклона до неупругого взаимодействия уменьшается с ростом энергии,  $\lambda_N(E) = \lambda_N^0 / [1 + \beta_N \ln(E/E_1)]$ ;

3) сечения рождения нуклонов являются квазискейлинговыми (приближенный фейнмановский скейлинг – с точностью до логарифмических добавок)  $\Phi_{NN}^\pm(E, x) = (\lambda_N(E)/\lambda_N^0) w_{NN}^\pm(x)$ .

## Простая модель нуклонного каскада (2)

$$N^\pm(E, h) = N^\pm(E, 0) \exp \left[ -\frac{h(1 - Z_{NN}^\pm(E, h))}{\lambda_N(E)} \right] \quad Z_{NN}^\pm(E, h) = \frac{1}{h} \int_0^h dt \int_0^1 dx \Phi_{NN}^\pm(E, x) \eta_{NN}^\pm(E, x) \exp[-tD_{NN}^\pm(E, x, t)],$$

$$\Phi_{NN}^\pm(E, x) = (\lambda_N(E)/\lambda_N^0) w_{NN}^\pm(x) \quad \eta_{NN}^\pm(E, x) = \frac{N_0^\pm(E/x, 0)}{x^2 N_0^\pm(E, 0)} \quad N^\pm(E, h=0) = N_0 E^{-(\gamma+1)}; \quad \eta_{NN}^\pm(E, x) = x^{\gamma-1}$$

$$D_{NN}^\pm(E, x, t) = \frac{1 - Z_{NN}^\pm(E/x, t)}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1 - Z_{NN}^\pm(E, t)}{\lambda_N(E)} \quad \longrightarrow \quad D_{NN}^{\pm(0)}(x) = \frac{1}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1}{\lambda_N(E)} = -\frac{\beta_N}{\lambda_N^0} \ln x,$$

в нулевом  
приближении

$$\exp[\beta_N t / \lambda_N^0 \ln x] \equiv x^{\beta_N t / \lambda_N^0}$$

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) = \frac{\lambda_N(E)}{h\lambda_N^0} \int_0^h dt \int_0^1 dx w_{NN}^\pm(x) x^{\gamma-1} \exp \left[ t \frac{\beta_N}{\lambda_N^0} \ln x \right],$$

или

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) = \frac{\lambda_N(E)}{h\lambda_N^0} \int_0^h dt \int_0^1 dx w_{NN}^\pm(x) x^{\tilde{\gamma}(t)-1}$$

$$= \frac{\lambda_N(E)}{h\lambda_N^0} \int_0^1 dx w_{NN}^\pm(x) x^{\gamma-1} \frac{[\exp(\beta_N h / \lambda_N^0 \ln x) - 1]}{(\beta_N / \lambda_N^0) \ln x}$$

где  $\tilde{\gamma}(t) = \gamma + \beta_N(t/\lambda_N^0)$ .

Это - эффект Н.Л. Григорова: логарифм. рост сечения неупругого НА-взаим. приводит к росту с глубиной эффективного показателя спектра вторичных КЛ.

## Простая модель нуклонного каскада (3)

Ограничиваясь для малых глубин третьим членом разложения экспоненты под интегралом (10), получим

$$\mathcal{Z}_{NN}^{\pm(1)}(E, h) \approx \frac{\lambda_N(E)}{\lambda_N^0} \left[ z_{NN}^{\pm}(\gamma) - \frac{\beta_N h}{2\lambda_N^0} \zeta_{NN}^{\pm}(\gamma) \right], \quad (12)$$

где  $z_{NN}^{\pm}$  – момент, а  $\zeta_{NN}^{\pm}$  – логарифмический момент инклюзивного распределения  $w_{NN}^{\pm}(x)$ :

$$z_{NN}^{\pm}(\gamma) \equiv \langle x^{\gamma-1} \rangle = \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1}, \quad (13)$$

$$\zeta_{NN}^{\pm}(\gamma) \equiv \langle x^{\gamma-1} (-\ln x) \rangle = \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1} (-\ln x). \quad (14)$$

Таким образом, в первом приближении этой модели спектр нуклонов дается выражением

$$N^{\pm}(E, h) = N_0 E^{-(\gamma+1)} \exp \left[ -\frac{h(1 - \mathcal{Z}_{NN}^{\pm(1)}(E, h))}{\lambda_N(E)} \right]. \quad (15)$$

# Нуклонный каскад в простой модели (4)

Используя оценки момента  $\langle x^{\gamma-1} \rangle$  и логарифмического момента, приближенное выражения для  $Z_{NN}^{\pm(1)}$  можно записать в виде

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) \approx \frac{\lambda_N(E)}{\lambda_N^0} z_{NN}^{\pm} [1 - h/(44\lambda_N^0)]. \quad (16)$$

Итак, в случае логарифмически растущего с энергией сечения неупругого нуклон-ядерного взаимодействия  $\sigma_{NA}^{in}(E)$  величина  $Z_{NN}^{\pm}$  является функцией двух переменных - энергии и глубины. Для глубин  $h \ll (2\lambda_N^0/\beta_N)(z_{NN}^{\pm}/\zeta_{NN}^{\pm})$  (т.е. для  $h \ll 44\lambda_N^0$ ) можно пренебречь зависимостью  $Z$ -факторной функции от  $h$ :

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E) \approx \frac{\lambda_N(E)}{\lambda_N^0} z_{NN}^{\pm}, \quad N^{\pm}(E, h) \approx N_0 E^{-(\gamma+1)} \exp \left[ -h \left( \frac{1}{\lambda_N(E)} - \frac{z_{NN}^{\pm}(\gamma)}{\lambda_N^0} \right) \right]. \quad (17)$$

Если в рассматриваемой модели считать пробеги нуклонов постоянными, то решение задачи является точным:

$$N^{\pm}(E, h) = N_0 E^{-(\gamma+1)} \exp \left[ -\frac{h(1 - z_{NN}^{\pm}(\gamma))}{\lambda_N^0} \right].$$

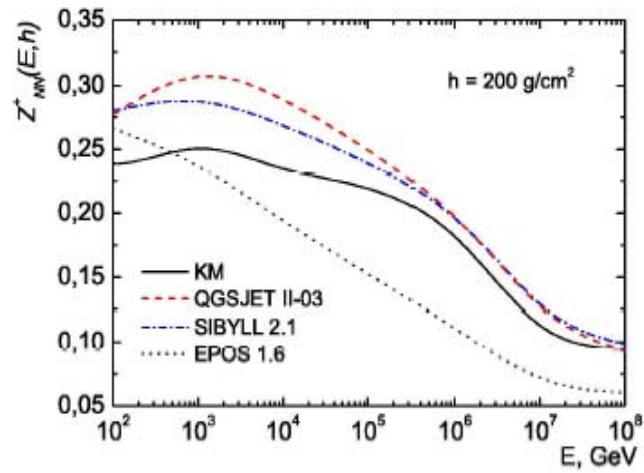
Это видно из

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) = \frac{\lambda_N(E)}{h\lambda_N^0} \int_0^h dt \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1} \exp \left[ t \frac{\beta_N}{\lambda_N^0} \ln x \right], \quad (18)$$

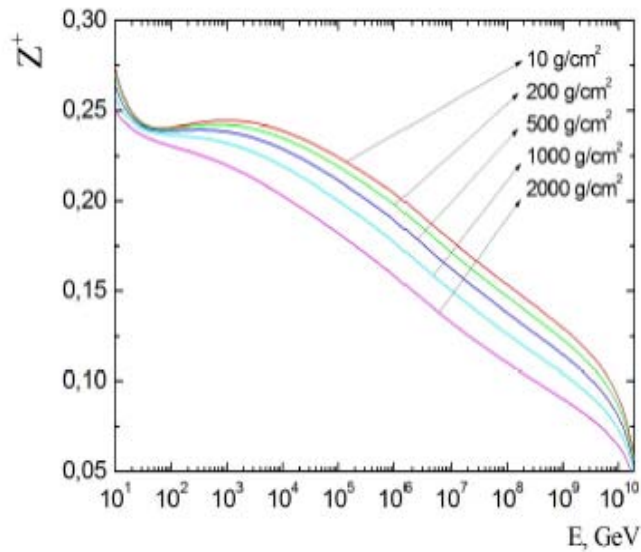
в котором теперь нужно положить  $\beta_N = 0$ .

$$z_{NN}^{\pm}(\gamma) \equiv \langle x^{\gamma-1} \rangle = \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1},$$

$Z(E, h)$  functions: 4 hadronic models + 2 PCR spectra



$Z_{NN}^+(E, h)$  for ATIC-2 spectra



$Z_{NN}^+(E, h)$ , KM + GH

# **π-мезонный каскад (1)**

$$\lambda_\pi(E) = [N_0 \sigma_{\pi A}^{in}(E)]^{-1} \quad N_0 = N_A / A$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\partial h} = & -\frac{\pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} - \frac{m_\pi \pi^\pm(E, h, \vartheta)}{p \tau_\pi \rho(h, \vartheta)} + \\ & + \sum G_{i\pi^\pm}^{int}(E, h, \vartheta) + \sum G_{K\pi^\pm}^{dec}(E, h, \vartheta) + \\ & + \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_{E_\pi^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{\pi A}^{in}(E)} \frac{d\sigma_{\pi^\pm \pi^\pm}(E_0, E)}{dE} \times \pi^\pm(E_0, h, \vartheta) dE_0 + \\ & + \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_{E_\pi^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{\pi A}^{in}(E)} \times \frac{d\sigma_{\pi^\mp \pi^\pm}(E_0, E)}{dE} \pi^\mp(E_0, h, \vartheta) dE_0. \end{aligned}$$

$$E_{ij}^{min} = \frac{(m_N E_j - \Delta_{ij})(E_j - m_N + p\sqrt{d_{ij}})}{2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2},$$

$$\Delta_{ij} = \frac{m_i^2 + m_N^2 + m_j^2 - s_X^{min}}{2},$$

$$d_{ij} = 1 + \frac{m_i^2(2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2)}{(m_N E_j - \Delta_{ij})^2}$$

$$s_X^{min} = 2m_N^2, \quad p(n) \rightarrow \pi^+(\pi^-);$$

$$s_X^{min} = (2m_N + m_\pi)^2, \quad p(n) \rightarrow \pi^-(\pi^+);$$

$$s_X^{min} = m_N^2, \quad \pi^\pm \rightarrow \pi^\pm;$$

$$s_X^{min} = (m_N + 2m_\pi)^2, \quad \pi^\pm \rightarrow \pi^\mp.$$



## π-МЕЗОННЫЙ КАСКАД (2)

$$G_{i\pi^\pm}^{int}(E, h, \vartheta) = \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_{E_i^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{iA}^{in}(E)} \times \frac{d\sigma_{i\pi^\pm}(E_0, E)}{dE} D_i(E_0, h, \vartheta) dE_0,$$

$$G_{K\pi^\pm}^{dec}(E, h, \vartheta) = B(K_{2\pi}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \times \int_{E_{K_{2\pi}}^{min}}^{E_{K_{2\pi}}^{max}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{2\pi}}^\pi(E_0, E) K(E_0, h, \vartheta) + B(K_{\ell 3}^0) \times$$

$$E_{K_{2\pi}}^{\pm(\pi)} = \frac{1}{2m_{\pi_1}^2} \left\{ (m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)E \pm \right.$$

$$\left. \pm p \sqrt{(m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)^2 - 4m_K^2 m_{\pi_1}^2} \right\},$$

$$E_{K_{\ell 3}}^{\pm(\pi)} = \frac{1}{2m_\pi^2} \left\{ (m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)E \pm \right.$$

$$\left. \pm p \sqrt{(m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)^2 - 4m_K^2 m_\pi^2} \right\}.$$

$$\times \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \int_{E_{K_{\ell 3}}^{min}}^{E_{K_{\ell 3}}^{max}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{\ell 3}}^{\pi^0}(E_0, E) K^0(E_0, h, \vartheta).$$

Спектральная функция частицы  $j$  моды  $\mathcal{M}$   $F_{\mathcal{M}}^j(E_0, E) = \frac{p_0}{\Gamma_{\mathcal{M}}} \frac{d\Gamma_{\mathcal{M}}^j(E_0, E)}{dE},$

$$K \rightarrow \pi_1 \pi_2 \quad \longrightarrow \quad F_{K_{2\pi}}^{\pi_1} = \left[ \left( 1 + \frac{m_{\pi_1}^2}{m_K^2} - \frac{m_{\pi_2}^2}{m_K^2} \right)^2 - \frac{4m_{\pi_1}^2}{m_K^2} \right]^{-1/2}$$

## $\pi$ - мезонный каскад (3)

Формальное решение для пионного каскада:

$$\Pi^{\pm}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \exp \left[ - \int_t^h dz \left( \frac{1 - Z_{\pi\pi}^{\pm}(E, z, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{\rho_{T\pi\rho}(z, \vartheta)} \right) \right],$$

$$Z_{\pi\pi}^{\pm}(E, h, \vartheta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \frac{\Pi^{\pm}(E/x, h, \vartheta)}{\Pi^{\pm}(E, h, \vartheta)} \frac{dx}{x^2}, \quad \Pi^{\pm}(E, h, \vartheta) = \pi^{+}(E, h, \vartheta) \pm \pi^{-}(E, h, \vartheta),$$

$$\Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) = \frac{E}{\sigma_{\pi A}^{\text{in}}(E)} \left[ \frac{d\sigma_{\pi^{+}\pi^{+}}(E_0, E)}{dE} \pm \frac{d\sigma_{\pi^{+}\pi^{-}}(E_0, E)}{dE} \right]_{E_0=E/x}.$$

нулевое приближение:  $Z_{\pi\pi}^{\pm(0)}(E, h, \vartheta) = 0,$

$$\Pi^{\pm(0)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \exp \left[ - \int_t^h dz \left( \frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{\rho_{T\pi\rho}(z, \vartheta)} \right) \right].$$

$n$ -ое приближение:

$$\Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \exp \left[ - \int_t^h dz \left( \frac{1 - Z_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, z, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{\rho_{T\pi\rho}(z, \vartheta)} \right) \right].$$

где ( $n = 0, 1, \dots$ ):  $Z_{\pi\pi}^{\pm(n+1)}(E, h, \vartheta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \frac{\Pi^{\pm(n)}(E/x, h, \vartheta)}{x^2 \Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta)} dx.$

## Мезонный каскад (4)

Zero approximation:  $Z_{\pi\pi}^{\pm(0)}(E, h, \vartheta) = 0,$

$$\Pi^{\pm(0)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \exp \left[ - \int_t^h dz \left( \frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{\rho\tau_{\pi}\rho(z, \vartheta)} \right) \right].$$

n-th approximation:

$$\Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t, \vartheta) \exp \left[ - \int_t^h dz \left( \frac{1 - Z_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, z, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{\rho\tau_{\pi}\rho(z, \vartheta)} \right) \right]$$

$$Z_{\pi\pi}^{\pm(n+1)}(E, h, \vartheta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \frac{\Pi^{\pm(n)}(E/x, h, \vartheta)}{x^2 \Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta)} dx.$$

## Аналитическая модель для спектра $\pi^\pm$

1. Не учитывается вклад процессов рождения  $N\bar{N}$  - пар в мезон-ядерных взаимодействиях
2. Выполняется фейнмановский скейлинг – сечения рождения частиц являются масштабно-инвариантными:

$$\frac{E}{\sigma_{NA}^{in}(E)} \frac{d\sigma_{N\pi}(E_0, E)}{dE} = W_{N\pi}(x)$$

3. Полные сечения неупругих взаимодействий пионов с ядрами не зависят от энергии:  $\sigma_{\pi A}^{in} = \text{const}$
4. Спектр ПКЛ имеет степенной характер:  $N_0^\pm(E) = F_0^\pm(E/E_1)^{-(\gamma+1)}$ , тогда решения для нуклонов имеют простой вид:

$$N^\pm(E, h) = F_0^\pm(E/E_1)^{-(\gamma+1)} \exp\left[-\frac{h}{\Lambda_N^\pm(E)}\right]$$

## Приближенное решение для спектра пионов

$$\Pi^{\pm(1)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, h) \left(\frac{t}{h}\right)^{\varepsilon_{\pi}(\vartheta)-1} \exp[-t(1/\Lambda_N^{\pm}(E) - 1/\Lambda_{\pi}(E))]$$

$$G_{N\pi}^{\pm}(E, h) = \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_0^1 W_{N\pi}(E) x^{\gamma-1} N_0^{\pm}(E/x) \frac{dx}{x^2}, \quad \varepsilon_{\pi}(\vartheta) - 1 = \frac{E_{cr}}{E}$$

Сделаем замену  $(1/\Lambda_N^{\pm}(E) + 1/\Lambda_{\pi}(E)) t = y, \quad h(1/\Lambda_N^{\pm}(E) + 1/\Lambda_{\pi}(E)) = \xi,$

получим 
$$\begin{aligned} \Pi^{\pm(1)}(E, h, \vartheta) &= \frac{h}{\lambda_N(E)} N_0^{\pm} \exp\left[-\frac{h}{\Lambda_{\pi}(E)} \int_0^{\xi} e^y y^{\varepsilon_{\pi}-1} dy\right] = \\ &= \frac{h}{\lambda_N(E)} N_0^{\pm} \exp\left[-\frac{h}{\Lambda_{\pi}(E)}\right] \frac{1}{\xi^{\varepsilon_{\pi}}} \gamma(\varepsilon_{\pi}, \xi), \end{aligned}$$

Неполную гамма-функцию можно представить в виде ряда:

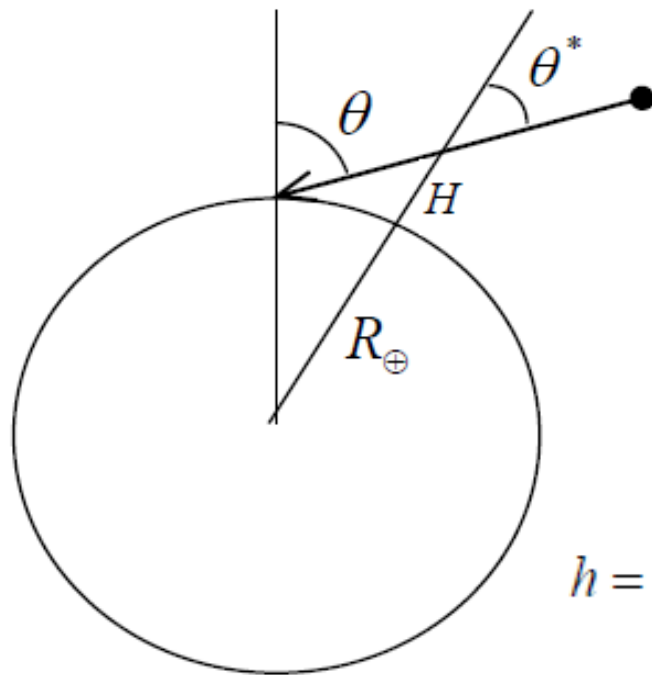
$$\gamma(\alpha, z) = \int_0^z e^y y^{\alpha-1} dy = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{\alpha+n}}{n!(\alpha+n)}$$

$$\Pi^{\pm(1)}(E, h, \vartheta) = N^{\pm} Z_{N\pi}^{\pm} \exp\left[-\frac{h}{\Lambda_{\pi}(E)}\right] \frac{h}{\lambda_N(E)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n h^n \left(1/\Lambda_N^{\pm}(E) - 1/\Lambda_{\pi}(E)\right)^n}{n!(\varepsilon_{\pi} + n)}$$

## К-мезонный каскад

$$\begin{aligned} \frac{\partial K(E, h, \vartheta)}{\partial h} = & -\frac{K(E, h, \vartheta)}{\lambda_K(E)} - \frac{m_K K(E, h, \vartheta)}{p\tau_K \rho(h, \vartheta)} + \sum_{i=p,n,\pi} G_{iK}(E, h, \vartheta) + \\ & + \frac{1}{\lambda_K(E)} \int_{E_{KK}^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{KA}^{in}(E)} \times \frac{d\sigma_{KK}(E_0, E)}{dE} K(E_0, h, \vartheta) dE_0. \\ G_{iK}(E, h, \vartheta) = & \frac{1}{\lambda_i(E)} \int_{E_{NK}^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{iA}^{in}(E)} \frac{d\sigma_{iK}(E_0, E)}{dE} \times D_i(E_0, h, \vartheta) dE_0 . \end{aligned}$$

# Сферическая изотермическая атмосфера



$$\cos \theta^* = [1 - \sin^2 \theta / (1 + H / R_{\oplus})^2]^{1/2}$$

для  $\theta < 70^\circ$   $\cos \theta^* \approx \cos \theta$

$$h = \int_H^{\infty} \rho(H) \frac{dH}{\cos \theta} = \frac{\rho H_0}{\cos \theta} \Rightarrow \rho(h, \theta) = h \cos \theta / H_0.$$

$H_0 = 7,31$  км – параметр атмосферы, отвечающий температуре  $T = 250^\circ K$ .

$$\frac{dw_{\text{dec}}}{dh} = \frac{m_f H_0}{p h \tau_f \cos \theta^*} = \frac{p_f^{\text{cr}}(\theta)}{p h}, \quad \text{где } p_f^{\text{cr}}(\theta) = \frac{m_f H_0 / \tau_f}{\cos \theta^*}$$

# Критическая энергия для распада частицы в веществе

## Изменение потока пионов в результате распада

$$\Gamma = \frac{E}{m_{\pi} c^2}$$

$$d\pi(E, h, \theta) = -\frac{dl}{\Gamma c \tau_{\pi}} \pi(E, h, \theta) = -\frac{\rho(h, \theta) dl}{\rho(h, \theta) \Gamma c \tau_{\pi}} \pi(E, h, \theta), \quad d\pi(E, h, \theta) = -\frac{dl}{l_{\pi}} \pi(E, h, \theta), \quad l_{\pi} = \Gamma c \tau_{\pi}, \quad dh = \rho dl$$

$$d\pi = -\pi(E, h, \theta) \frac{dh}{\Gamma c \tau_{\pi} \rho(h, \theta)} = -\pi(E, h, \theta) dw, \quad \frac{d\pi}{d h} = -\frac{\pi(E, h, \theta)}{\Gamma c \tau_{\pi} \rho(h, \theta)} = -\pi(E, h, \theta) \frac{dw}{dh}$$

$$\frac{dw}{dh} = \frac{m_{\pi} c^2}{E c \tau_{\pi} \rho(h, \theta)}$$

**Для изотермической атмосферы**  $\rho(h, \theta) = \rho_0 \exp[-H / H_0], H_0 = RT_0 / (\mu g)$

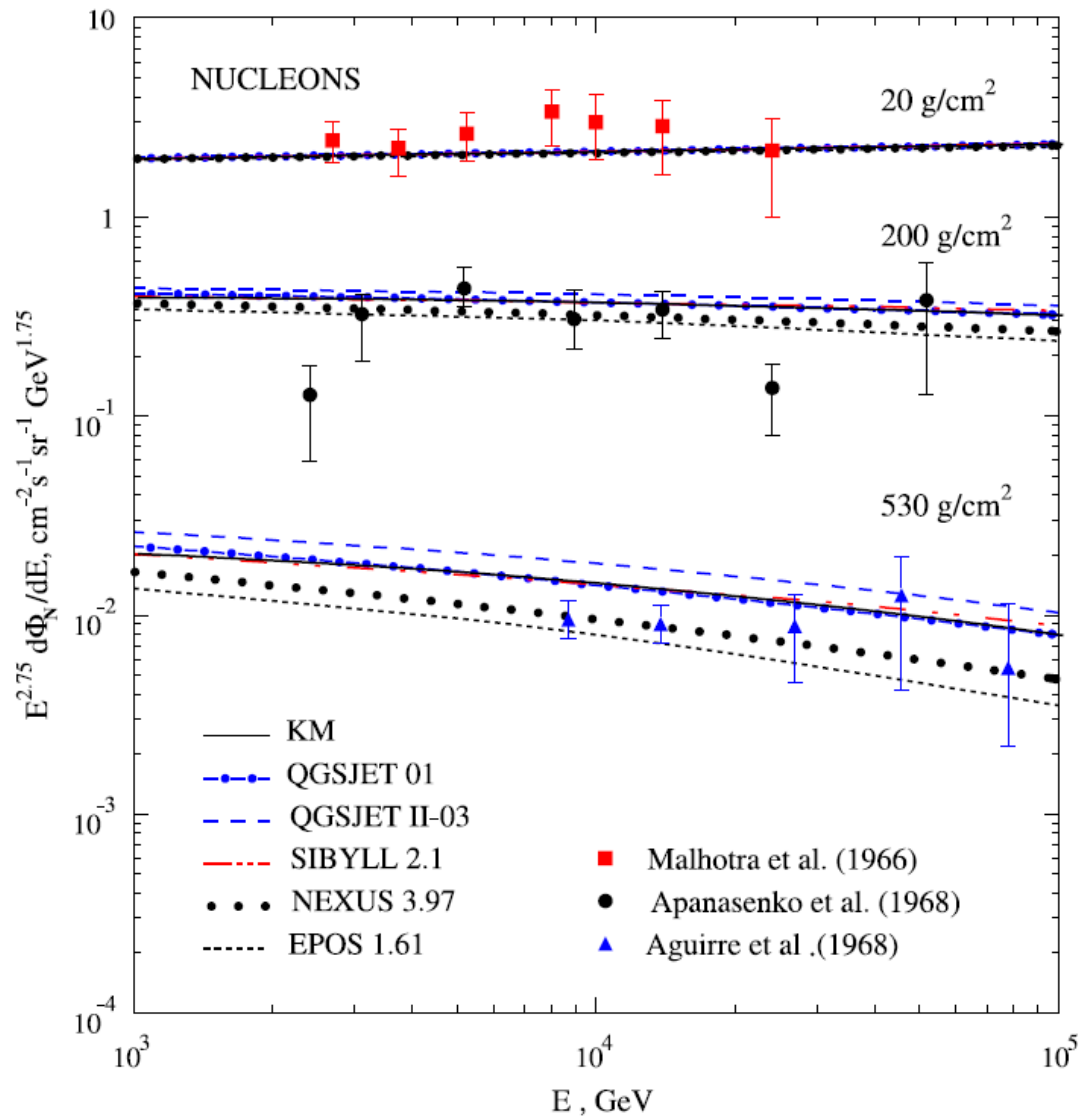
$$h = \int_H^{\infty} \rho(H) \frac{dH}{\cos \theta} = \frac{\rho H_0}{\cos \theta} \Rightarrow \rho(h, \theta) = h \cos \theta / H_0$$

$$\frac{dw}{dh} = \frac{m_{\pi} c^2}{E c \tau_{\pi} \rho(h, \theta)} = \frac{m_{\pi} c^2 H_0}{E c \tau_{\pi} h \cos \theta^*} = \frac{\varepsilon_{\pi}^{cr}(\theta)}{E h}, \quad \frac{dw}{d \ln h} = \frac{m_{\pi} c^2 H_0}{E c \tau_{\pi} h \cos \theta^*} = \frac{\varepsilon_{\pi}^{cr}(\theta)}{E},$$

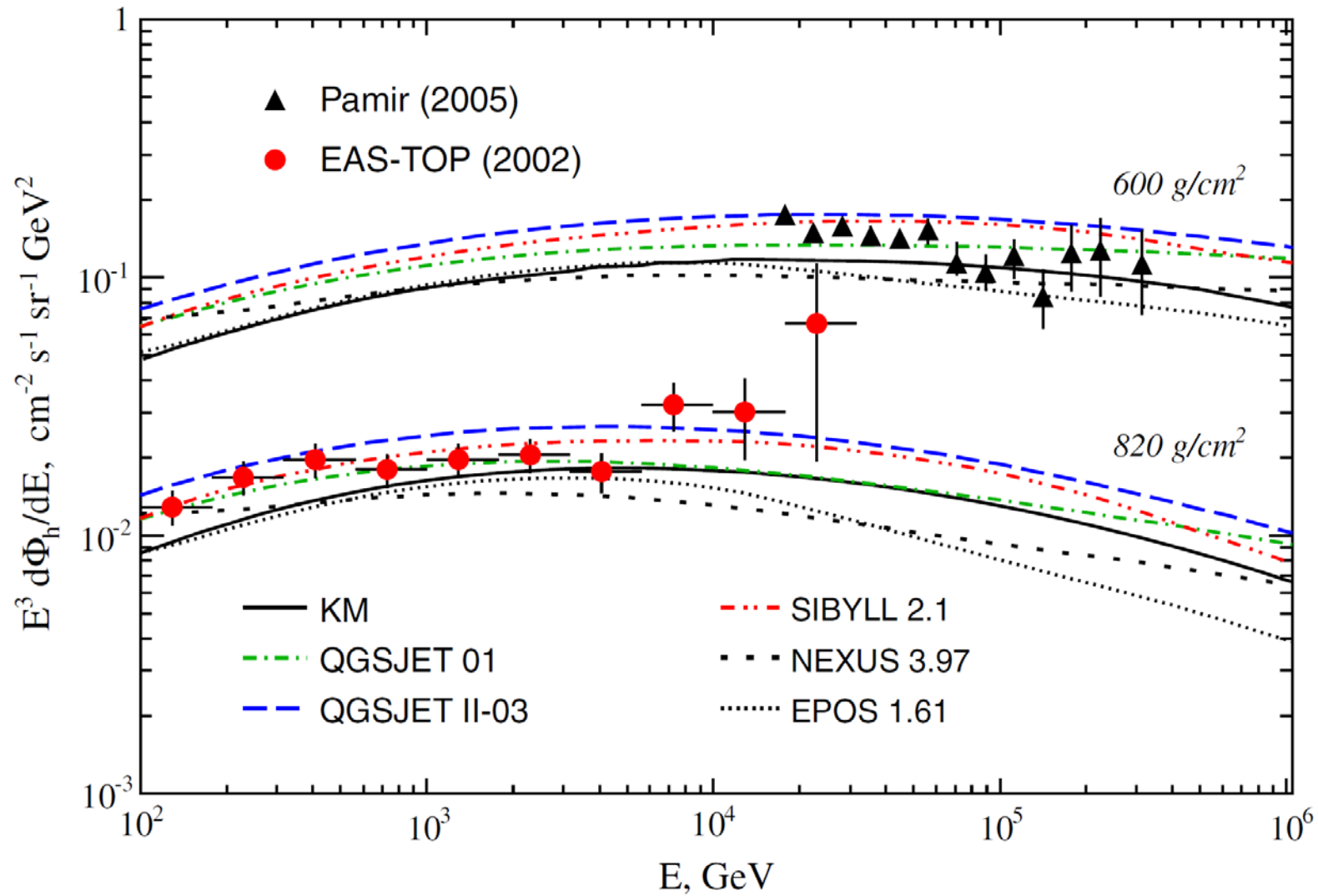
$$\varepsilon_{\pi}^{cr}(\theta) = \frac{m_{\pi} c^2 H_0}{c \tau_{\pi} \cos \theta^*} \quad \cos \theta^* = [1 - \sin^2 \theta / (1 + H / R_{\oplus})^2]^{1/2}$$



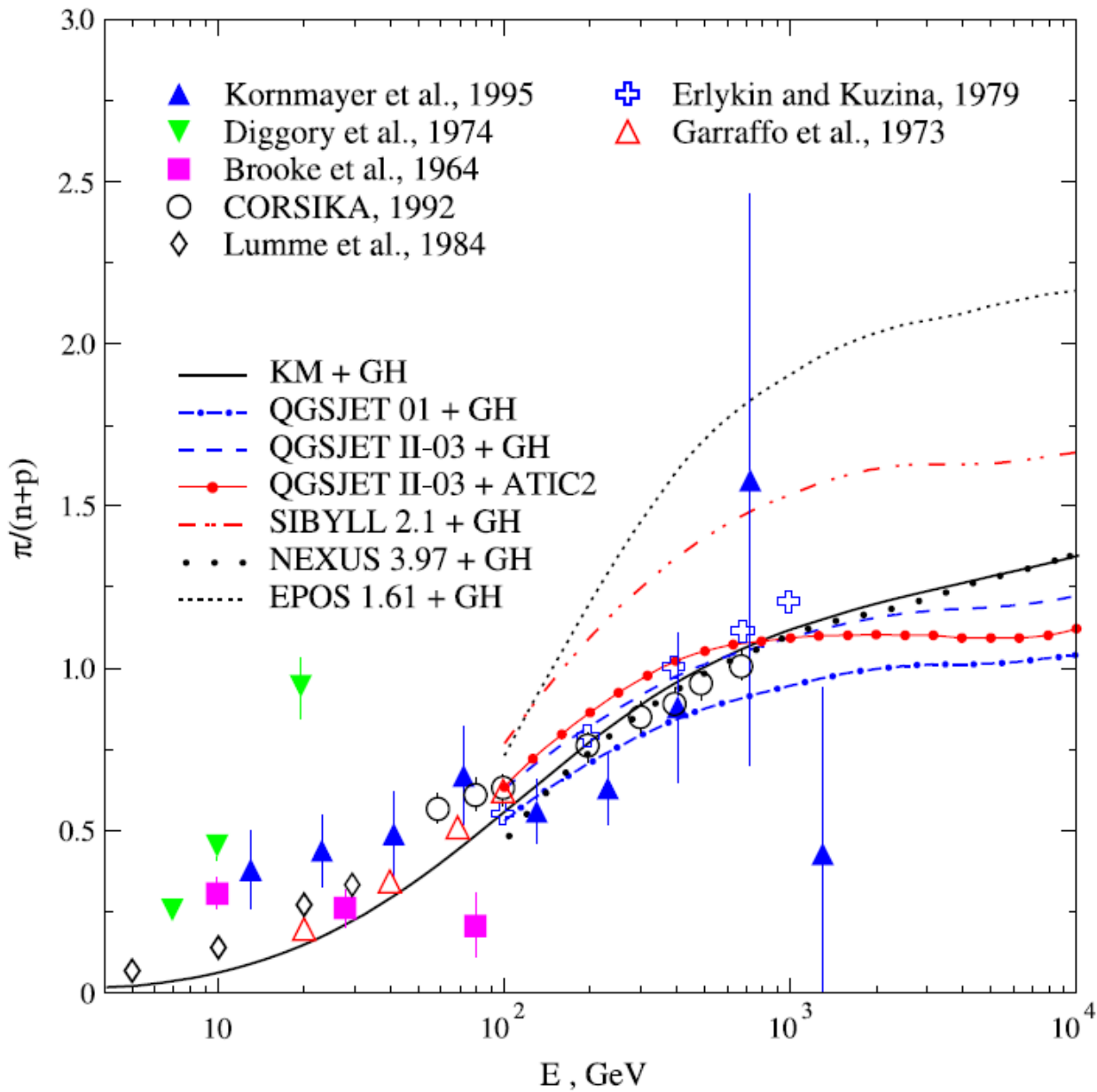
# Нуклоны ШАЛ в атмосфере Земли



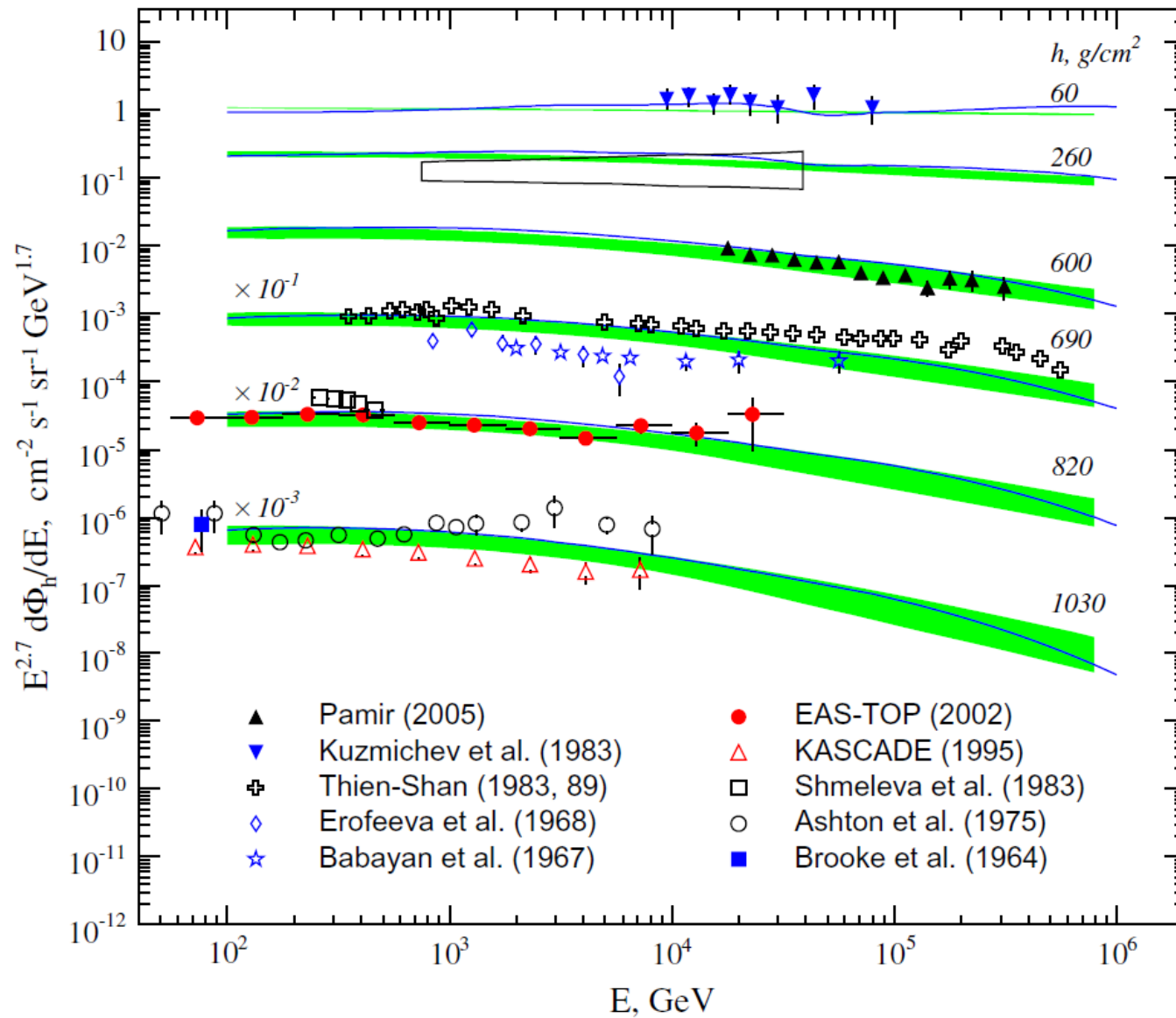
Энергетические спектры нуклонов КЛ, рассчитанные для спектра ПКЛ Гайсера-Хонды (ГН), в сравнении с экспериментом (полувековой давности).



**Результаты измерений в экспериментах Памир и EAS-TOP. Кривые – расчет для спектра КЛ в модели by Gaisser & Honda (GH).**



Отношение потоков  $\pi/(p + n)$  на у.м., рассчитанное для двух спектров ПКЛ – АТІС-2 и GH, в сравнении с экспериментом (символы с “усами” ошибок и другими расчетами (открытые символы)).



Энергетические спектры всех адронов на разной глубине атмосферы Земли в сравнении с экспериментом. Линии – расчет для модели QGSJET II + ATIC-2. Полосы представляют разброс результатов расчета с набором адронных моделей и первичным спектром ГН.

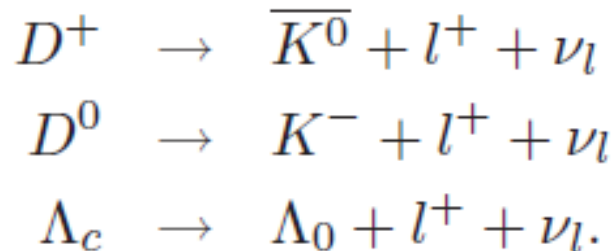
# Основные источники атмосферных мюонов и нейтрино

Частица (f)	Время жизни, с	Мода распада	Относительная ширина распада, %	Критическая энергия $\varepsilon_f^{cr}(0^0) = m_f c^2 H_0 / c \tau_f$
$\mu_{e3}^\pm$	$2.19 \times 10^{-6}$	$e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$	100	1.03 ГэВ
$\pi^\pm$	$2.60 \times 10^{-8}$	$\mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$	99.987	115 ГэВ
$K_L^0 : K_{Le3}^0$ $K_{L\mu3}^0$	$5.12 \times 10^{-8}$	$\pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e(\nu_e)$ $\pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$	$40.55 \pm 0.11$ $27.04 \pm 0.07$	206 ГэВ
$K_{\mu2}^\pm$ $K^\pm : K_{e3}^\pm$ $K_{\mu3}^\pm$	$1.24 \times 10^{-8}$	$\mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ $\pi^0 + e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e)$ $\pi^0 + \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$	$63.55 \pm 0.11$ $5.07 \pm 0.04$ $3.35 \pm 0.03$	857 ГэВ
$K_S^0 : K_{Se3}^0$ $K_{S\mu3}^0$	$0.90 \times 10^{-10}$	$\pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e(\nu_e)$ $\pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$	$(7.04 \pm 0.08) \times 10^{-2}$ $(4.69 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	120 ТэВ

$K_S^0$	$\pi^+ + \pi^-$	$(69.20 \pm 0.05)\%$	$1.12 \times 10^5$
	$\pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e (\nu_e)$	$(7.04 \pm 0.09) \times 10^{-4}$	
	$\pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu)$	$(4.66 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	
$D^\pm$	$e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \text{адроны}$	$(17.2 \pm 1.9)\%$	$3.8 \times 10^7$
	$\mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) + \text{адроны}$	$(17.41 \pm 1.1)\%$	
$D^0$	$e^+ + \nu_e + \text{адроны}$	$(6.71 \pm 0.29)\%$	$9.6 \times 10^7$
	$\mu^+ + \nu_\mu + \text{адроны}$	$(6.5 \pm 0.7)\%$	
$D_S^\pm$	$\tau^\pm + \nu_\tau (\bar{\nu}_\tau)$	$(6.4 \pm 1.5)\%$	$8.0 \times 10^7$
	$\mu^+ + \nu_\mu$	$(6.1 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$	
	$e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \text{адроны}$	$(8_{-5}^{+6})\%$	
	$l^+ + \nu_l + \text{адроны}$	$(10.8 \pm 0.6)\%$	
$\Lambda_c^+$	$e^+ + \nu_e + \text{адроны}$	$(4.5 \pm 1.7)\%$	$2.4 \times 10^8$
	$\mu^+ + \nu_\mu + \text{адроны}$	$(2.0 \pm 0.7)\%$	

## Источники мюонов и нейтрино (кратко)

<i>Particle</i>	<i>Elementary components</i>	$mc^2$ (MeV)	$E_c$ (GeV)	
$D^+, D^-$	$c\bar{d}, \bar{c}d$	1870	$3.8 \times 10^7$	}
$D^0, \bar{D}^0$	$c\bar{u}, \bar{c}u$	1865	$9.6 \times 10^7$	
$D_s^+, D_s^-$	$c\bar{s}, \bar{c}s$	1969	$8.5 \times 10^7$	
$\Lambda_c^+$	$udc$	2285	$2.4 \times 10^8$	
$\mu^+, \mu^-$		106	1.0	}
$\pi^+, \pi^-$	$u\bar{d}, \bar{u}d$	140	115	
$K^+, K^-$	$u\bar{s}, \bar{u}s$	494	855	
$\Lambda_0$	$uds$	1116	$9.0 \times 10^4$	



## Генерация и перенос мюонов

Атмосферные мюоны рождаются в распадах пионов  $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ , двух- и трехчастичных распадах каонов  $K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ,  $K^\pm \rightarrow \pi^0 + \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ,  $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$ , генерируемых непосредственно при столкновениях космических лучей с атмосферой Земли. Кроме того, мюоны генерируются в цепочках распадов  $K \rightarrow \pi \rightarrow \mu$  ( $K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ ,  $K^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^0$ ,  $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + \ell^\mp + \bar{\nu}_\ell(\nu_\ell)$ ,  $\ell = e, \mu$ ), учет которых приводит к небольшим поправкам.

Уравнение генерации и переноса мюонов в атмосфере в приближении непрерывных потерь энергии в электромагнитных взаимодействиях мюона с веществом имеет вид



# Уравнение переноса мюонов космических лучей в атмосфере Земли

(приближение непрерывных потерь энергии)

$$\left[ \frac{\partial}{\partial h} + \frac{E_{\mu}^{cr}(\vartheta)}{Eh} \right] D_{\mu}(E, h, \vartheta) = \frac{\partial}{\partial E} [\beta_{\mu}(E) D_{\mu}(E, h, \vartheta)] + G_{\mu}^{\pi, K}(E, h, \vartheta),$$

$\beta_{\mu}(E) = -dE/dh = a_{\mu}(E) + b_{\mu}(E)E$  – суммарные потери энергии мюона на ионизацию и возбуждение атомов и в радиационных процессах

**Функция генерации мюонов (источник)**

двухчастичные распады мезонов

$$G_{\mu}^{\pi, K}(E, h, \vartheta) = \sum_{M=\pi^{\pm}, K^{\pm}} B(M_{\mu 2}) \frac{m_M}{\tau_M \rho(h, \vartheta)} \int_{E_{M2}^{-}}^{E_{M2}^{+}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{M_{\mu 2}}^{\mu}(E_0, E) M(E_0, h, \vartheta) +$$

$$+ \sum_{K=K^{\pm}, K_L^0, K_S^0} B(K_{\mu 3}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \int_{E_{K3}^{-}}^{E_{K3}^{+}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{\mu 3}}^{\mu}(E_0, E) K(E_0, h, \vartheta).$$

$F_{M_{\mu 2}}^{\mu}$  и  $F_{K_{\mu 3}}^{\mu}$  – спектральные функции мюонов

(распадные спектры);

$$F_{M_{\mu 2}}^{\mu} = (1 - m_{\mu}^2/m_M^2)^{-1}.$$

трехчастичные распады каонов

$$E_{\mu}^{cr}(\vartheta) \approx 1.03 \text{ ГэВ}/\cos\vartheta$$

**критическая энергия для распада мюона**

Здесь  $B(M_{\mu 2})$  и  $B(K_{\mu 3})$  — относительные вероятности  $\pi_{\mu 2^-}$ ,  $K_{\mu 2^-}$  и  $K_{\mu 3}$ -распадов,  $F_{M_{\mu 2}}^{\mu}$  и  $F_{K_{\mu 3}}^{\mu}$  — мюонные спектральные функции (спектры мюонов в распадах),  $M(E_0, h, \vartheta)$  — потоки  $\pi^{\pm}$ ,  $K^{\pm}$ -мезонов, а  $K(E_0, h, \vartheta)$  — потоки  $K^{\pm}$ ,  $K^0$ . В случае двухчастичных распадов мезонов  $F_{M_{\mu 2}}^{\mu} = (1 - m_{\mu}^2/m_M^2)^{-1}$ . Явный вид спектральных функций для трехчастичных (полулептонных) мод распада каонов представлен в работе [54]. Пределы интегрирования в (39) равны

$$E_{M_2}^{\pm} = \frac{(m_M^2 + m_{\mu}^2) E \pm (m_M^2 - m_{\mu}^2) p}{2m_{\mu}^2},$$

$$E_{K_3}^{\pm} = \frac{(m_K^2 + m_{\mu}^2 - m_{\pi}^2) E \pm p \sqrt{(m_M^2 + m_{\mu}^2 - m_{\pi}^2)^2 - 4m_K^2 m_{\mu}^2}}{2m_{\mu}^2}.$$

# Решение уравнения переноса мюонов КЛ

Сначала решим однородное ур. без учета распада мюонов:

$$\mu(E, h) = \mu_0(\varepsilon(E, h)) \frac{\beta_\mu(\varepsilon)}{\beta_\mu(E)},$$

где  $\mathcal{E}(E, h)$  – корень уравнения



$$\int_E^\varepsilon \frac{dE}{\beta_\mu(E)} = h$$

—————  $t = 0, \quad \varepsilon(E, h)$  энергия на уровне  $t=0$  мюона, пришедшего на уровень  $h$  с энергией  $E$

-----  $t, \quad \varepsilon(E, h-t)$  – энергия на уровне  $t$  мюона, пришедшего на уровень  $h$  с энергией  $E$

—————  $t = h, \quad \varepsilon(E, h-h) \equiv E$  – энергия мюона, на уровне  $h$ : мюон потерял в слое толщиной  $h$  энергию  $\Delta E = \varepsilon(E, h) - E$

Учет распада дает 
$$\mu_1(E, h) = \mu_0(\varepsilon(E, h)) \frac{\beta_\mu(\varepsilon(E, h))}{\beta_\mu(E)} \exp\left[-\int_0^h dt \sigma(\varepsilon(E, t), h-t)\right],$$

$\sigma(E, h) = E_\mu^{\text{cr}} / (hE)$

А частное решение неоднородного уравнения по стандартной схеме даст

$$\mu_2(E, h) = \int_0^h dt \frac{\beta_\mu(\varepsilon(E, t))}{\beta_\mu(E)} \exp\left[-\int_t^h dt \sigma(\varepsilon(E, h-t), t)\right] G_\mu^{\pi, K}(\varepsilon(E, t), h-t)$$

## Мюоны космических лучей в атмосфере (2)

Или в другой записи

$$D_{\mu}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) G_{\mu}^{\pi, K}(\mathcal{E}(E, h - t), t, \vartheta),$$

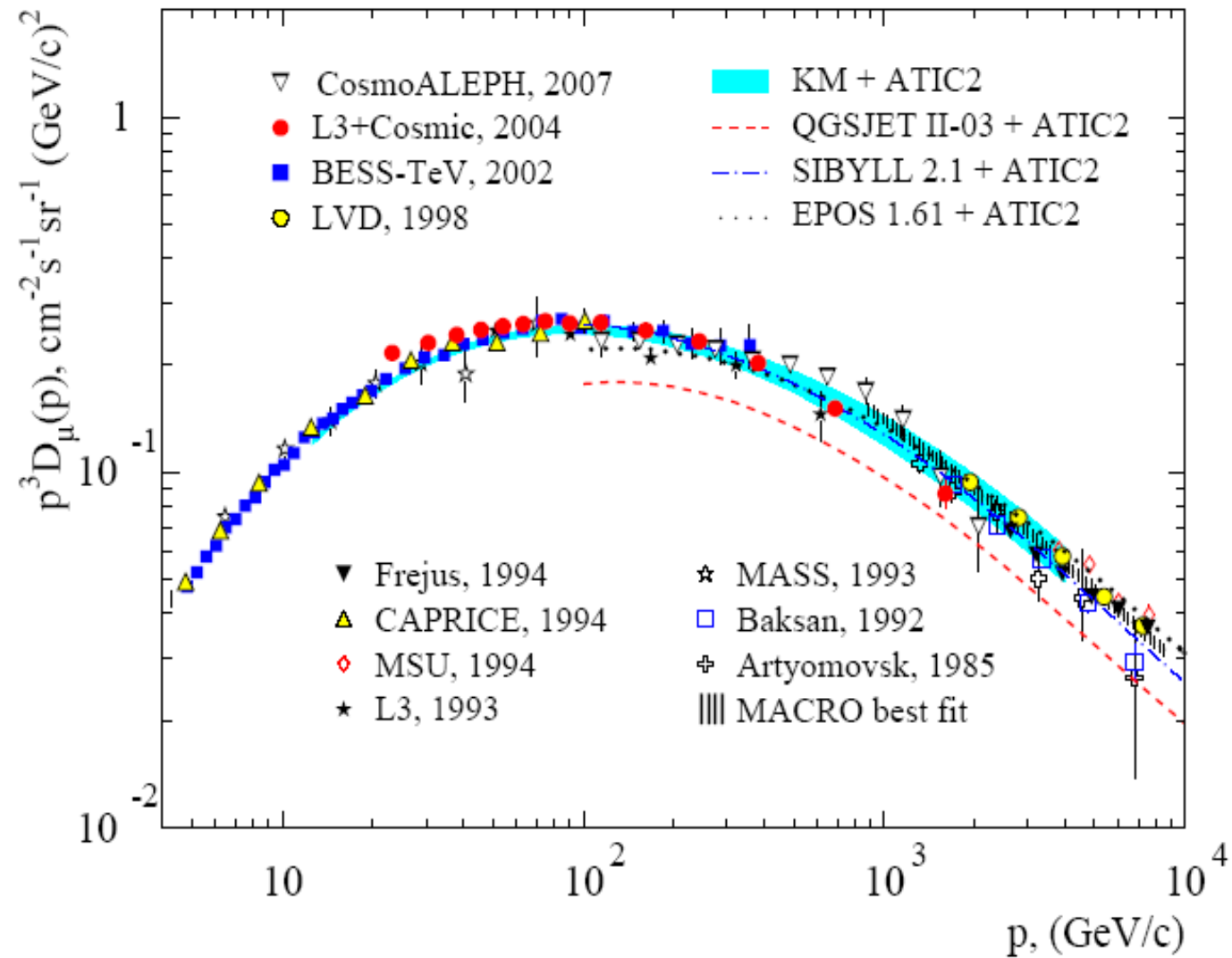
$$W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) = \frac{\beta_{\mu}(\mathcal{E}(E, h - t))}{\beta_{\mu}(E)} \exp \left[ -\frac{m_{\mu}}{\tau_{\mu}} \int_t^h \frac{dz}{\rho(z, \vartheta) \mathcal{E}(E, h - z)} \right],$$

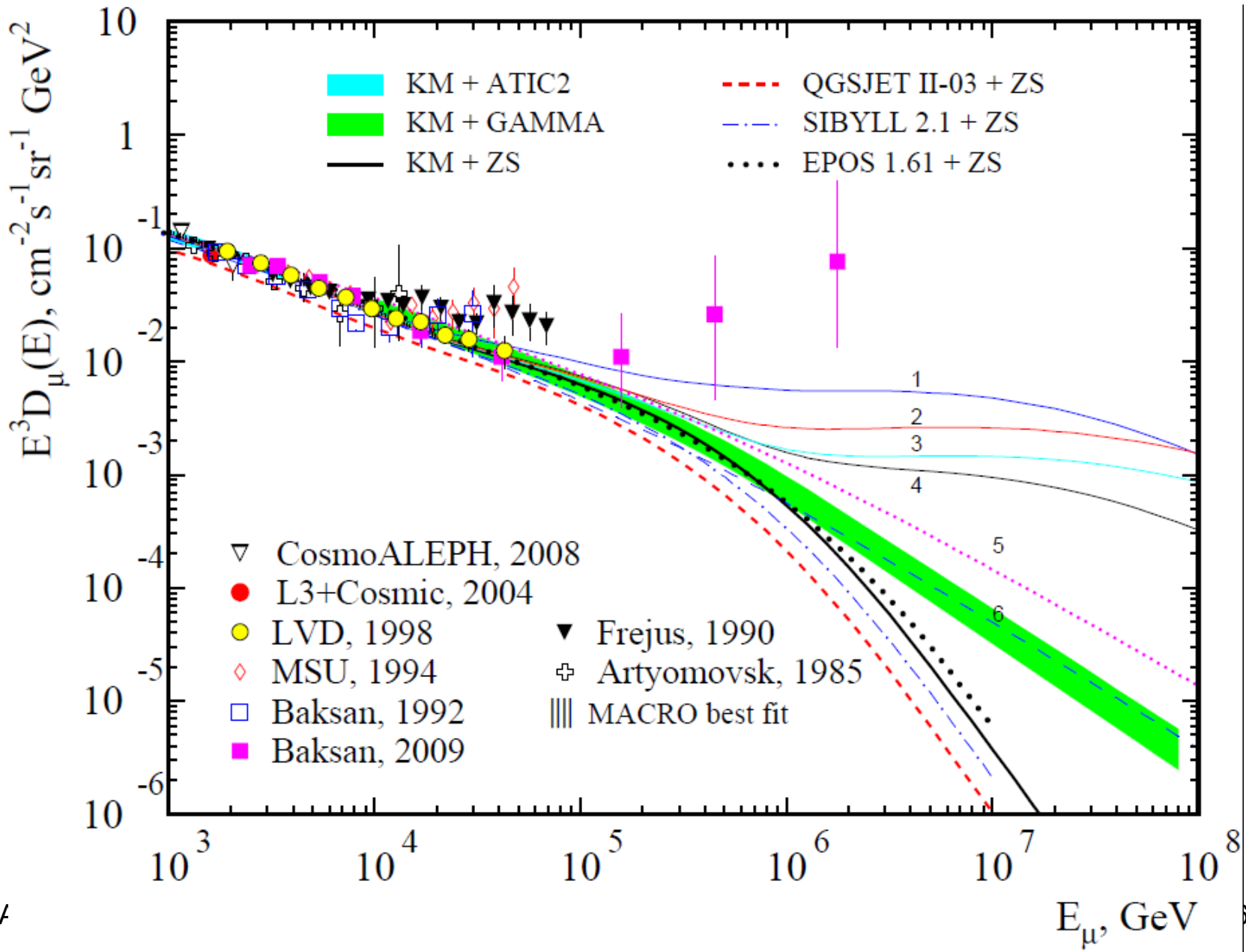
где  $\mathcal{E}(E, h)$  – корень уравнения

$$\int_E^{\mathcal{E}} \frac{dE}{\beta_{\mu}(E)} = h.$$

$$D_{\mu}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) \times \\ \times G_{\mu}^{\pi, K}(\mathcal{E}(E, h - t), t, \vartheta),$$

# Вертикальный поток атмосферных мюонов

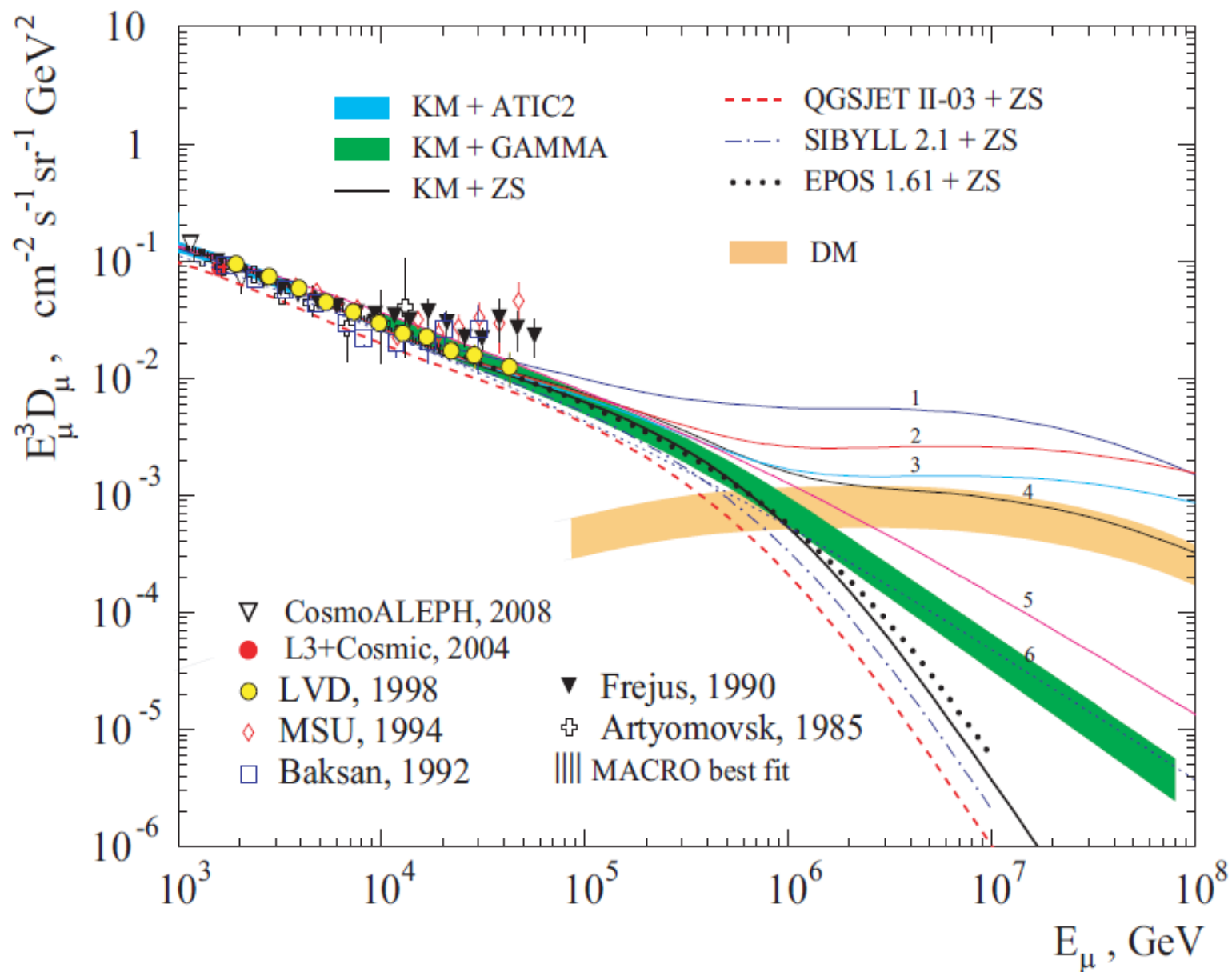




A

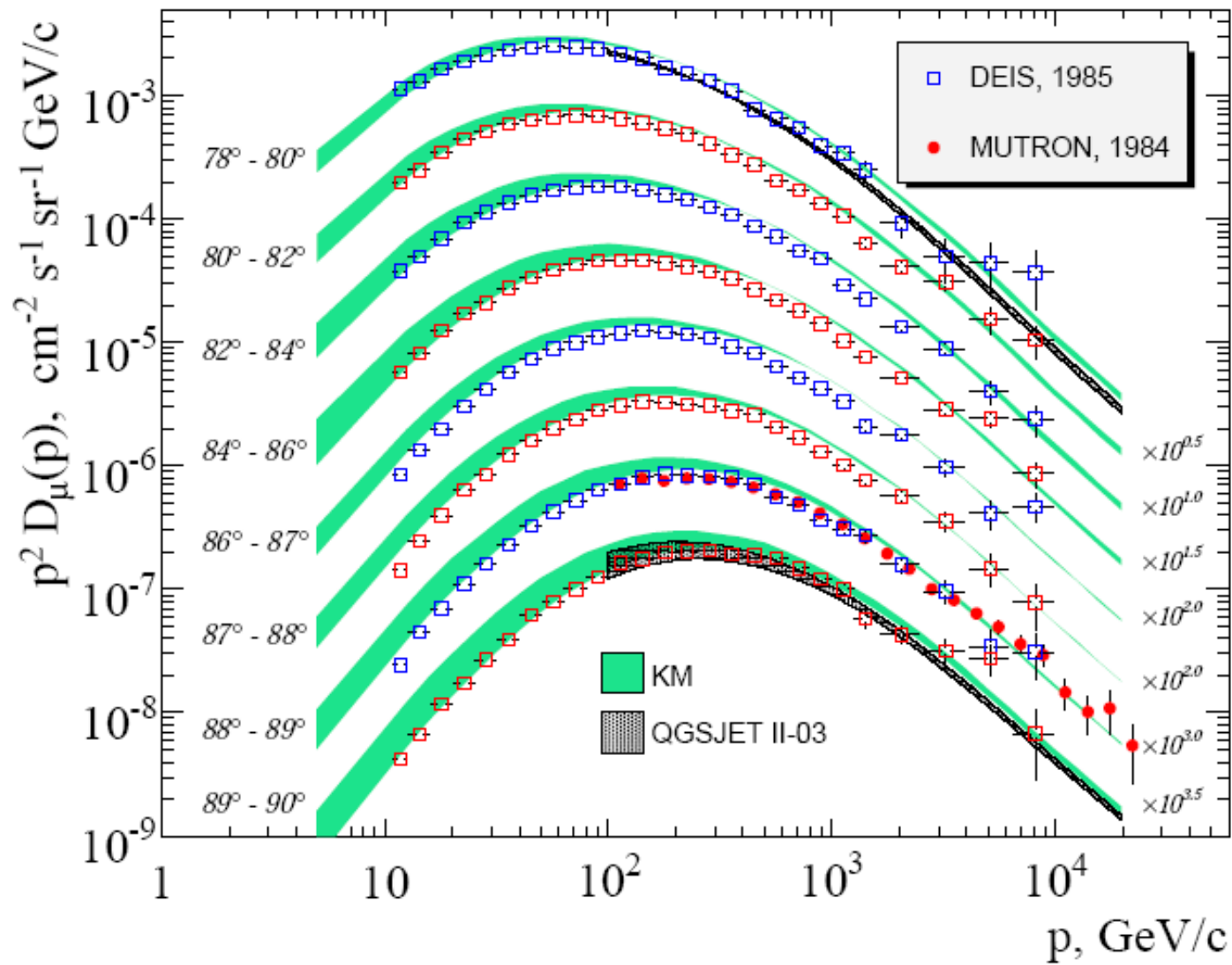
6

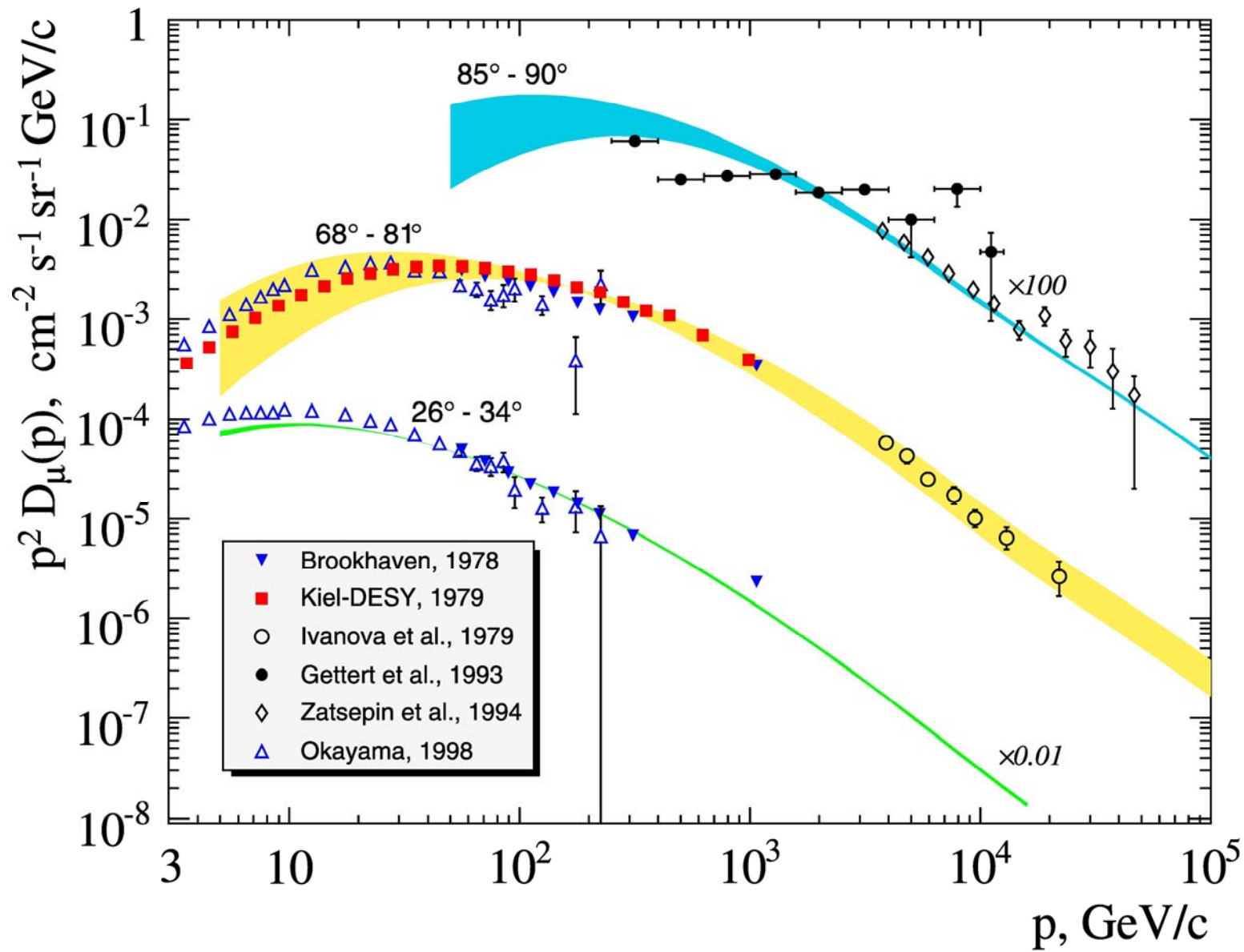
# Атмосферные мюоны высоких энергий (вертикаль)





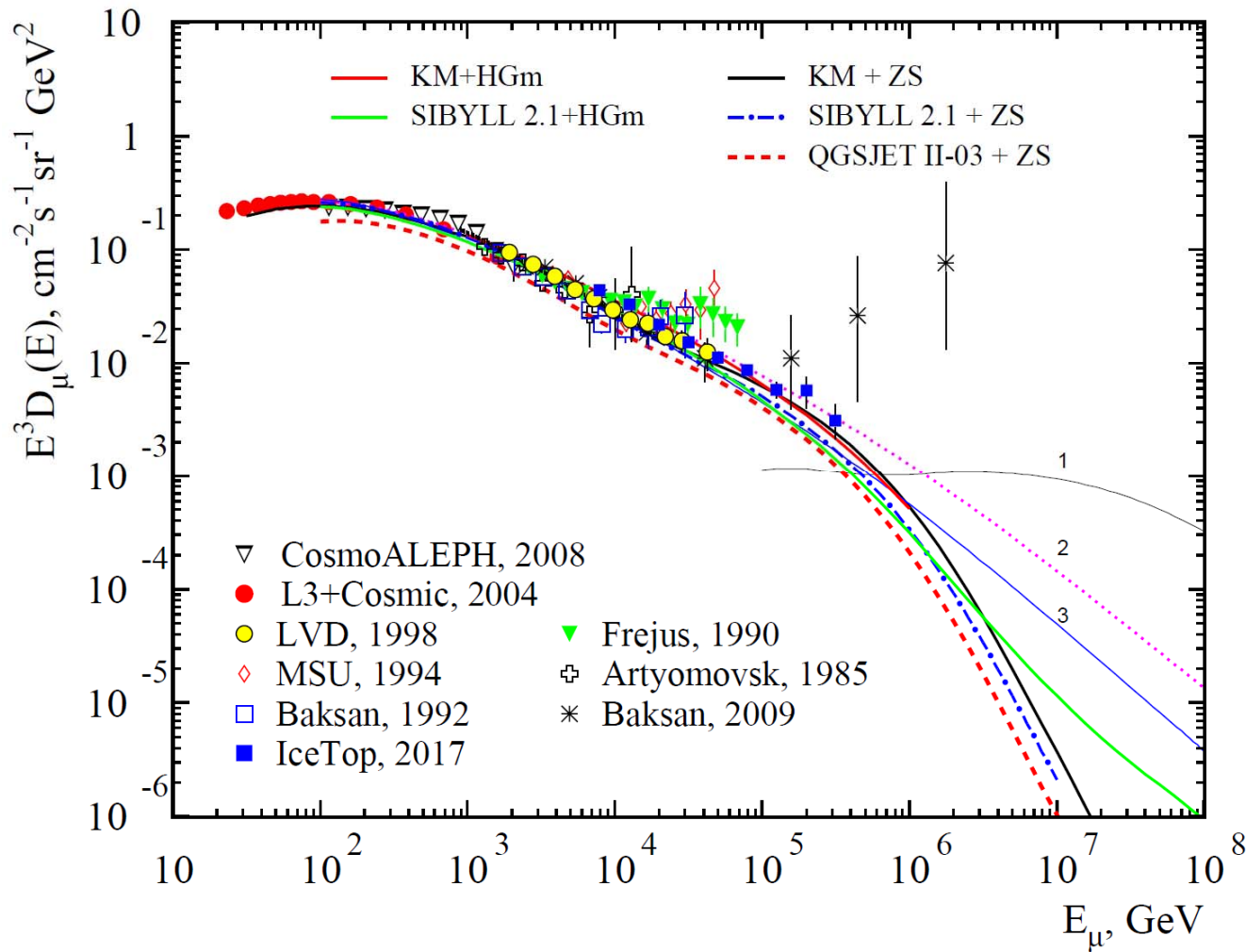
# Потоки мюонов вблизи горизонтали





# Недавние эксперименты

IceCube + IceTop measurements: F. Tenholt et al. PoS (ICRC2017) 317; arXiv:1710.01194 ( $\cos \theta > 0.88$ )



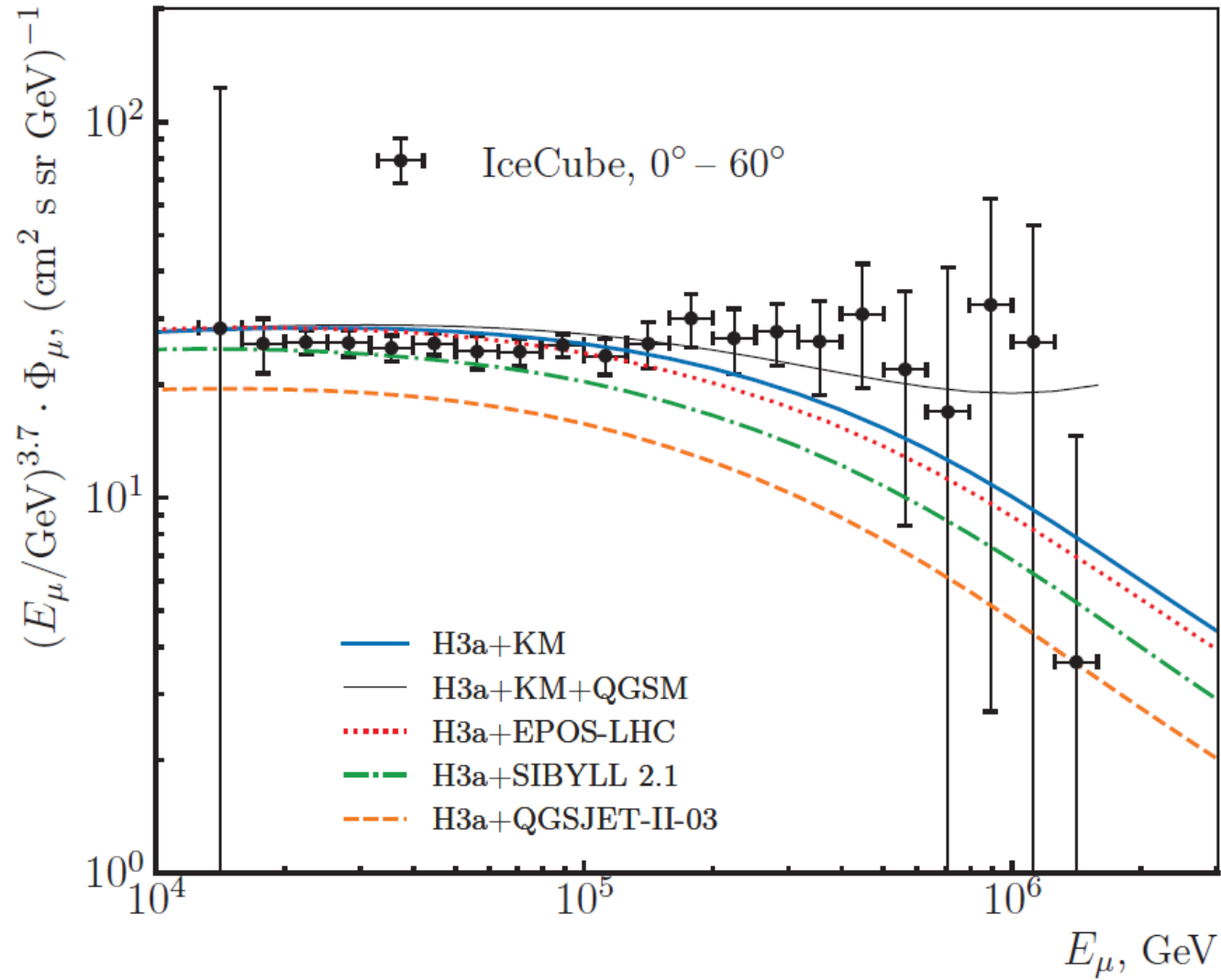
1 – pm with QGSM, early version [NC 12C (1989)41].

Early predictions for the conventional muons [AP 30 (2008) 219]:

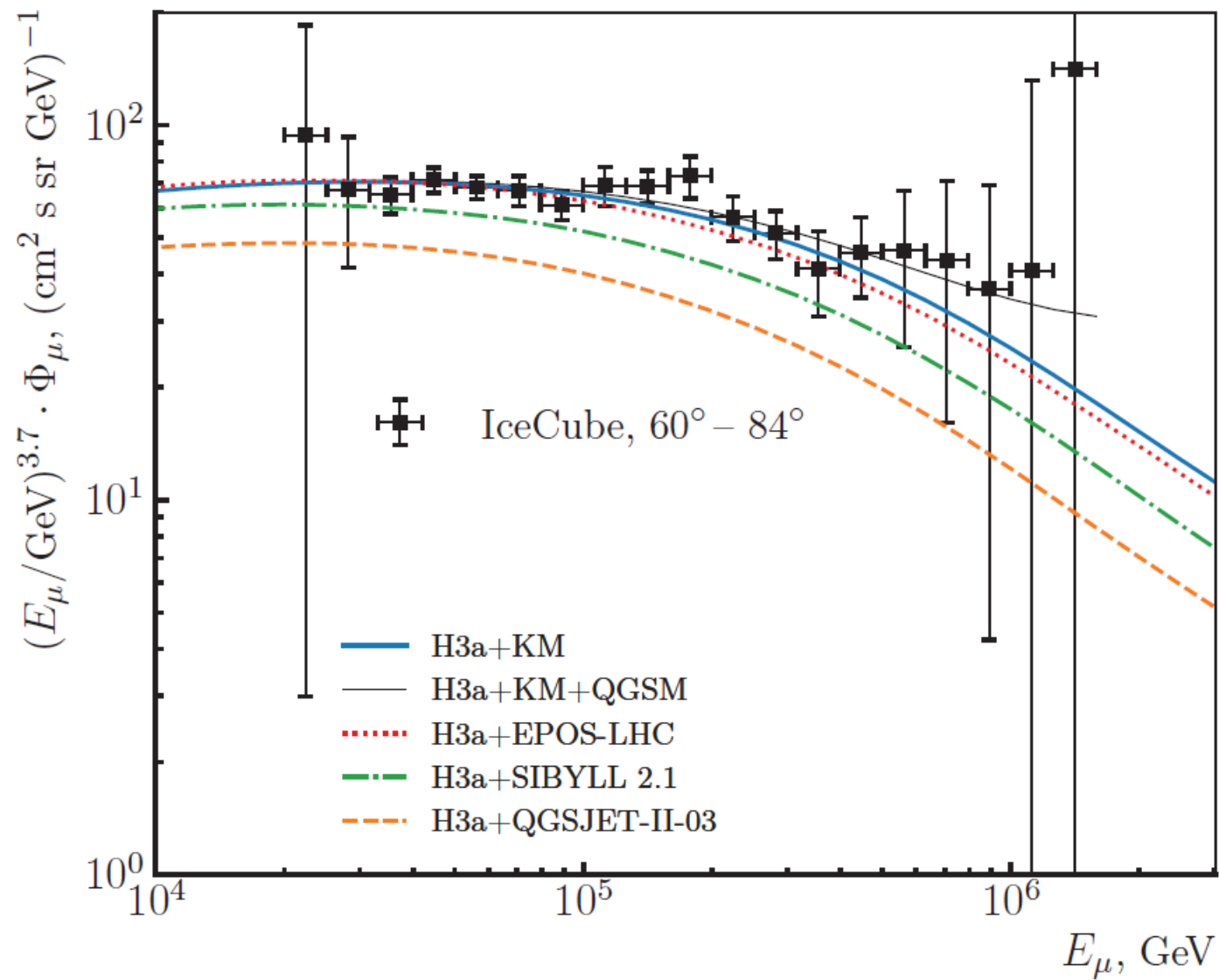
2 – CR spectrum by Nikolsky et al. (NSU);

3 – the spectrum by Erlykin et al. (EKS).

The rest lines – present calculations: Kimel & Mokhov (KM), SIBYLL 2.1, QGSJET-II-03 combined with CR spectra by Zatsepin & Sokolskaya (ZS) and by Hillas & Gaisser (HGm).

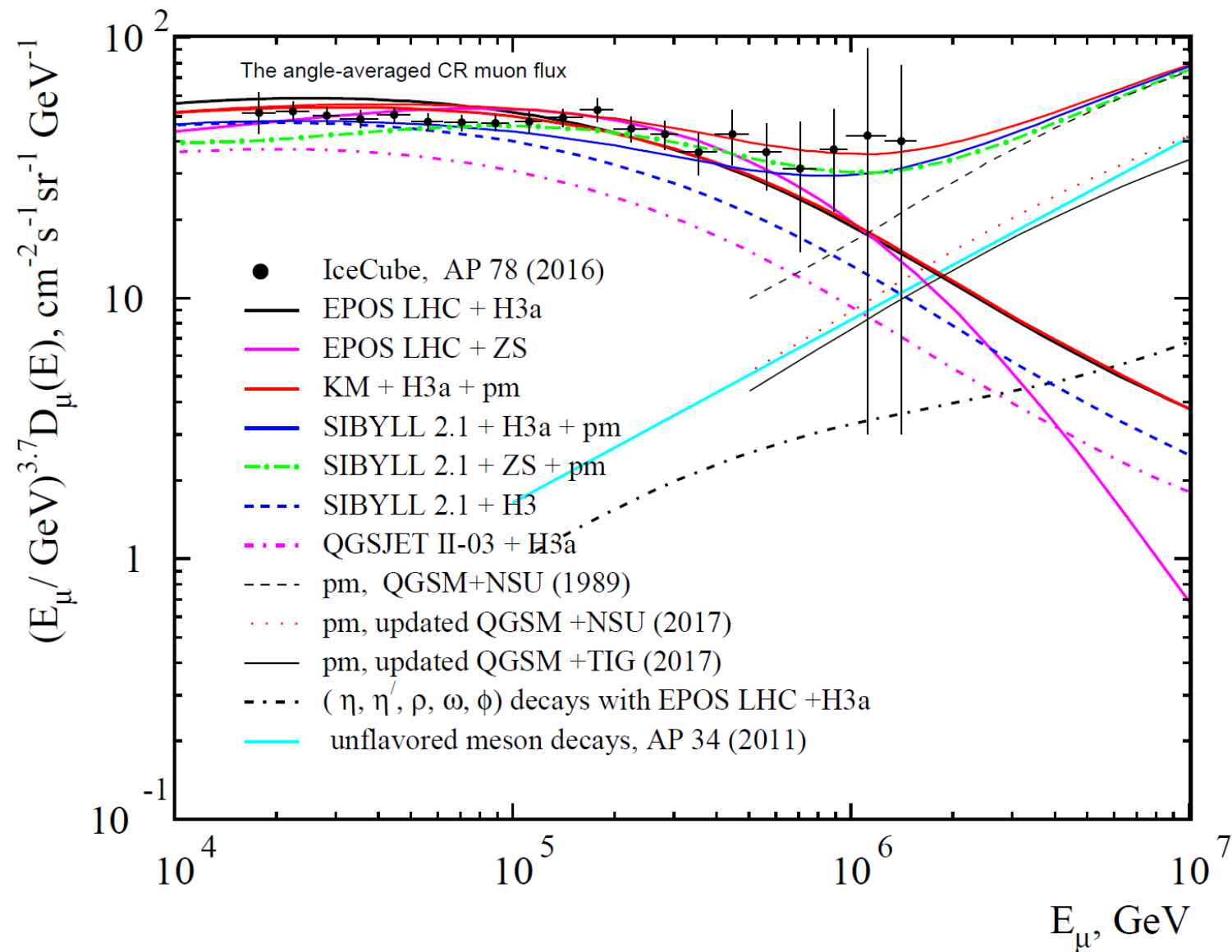


**IceCube data measurements [1] for zenith angles  $\theta < 60^{\circ}$ . Curves: calculations for hadronic models QGSJET II-03, SIBYLL 2.1, EPOS-LHC and KM  $\otimes$  H3a CR spectrum**



**IceCube data measurements [1] for zenith angles  $\theta > 60^{\circ}$**

# The all-sky muon flux: IceCube data and calculations



# Зарядовое отношение потоков АМ

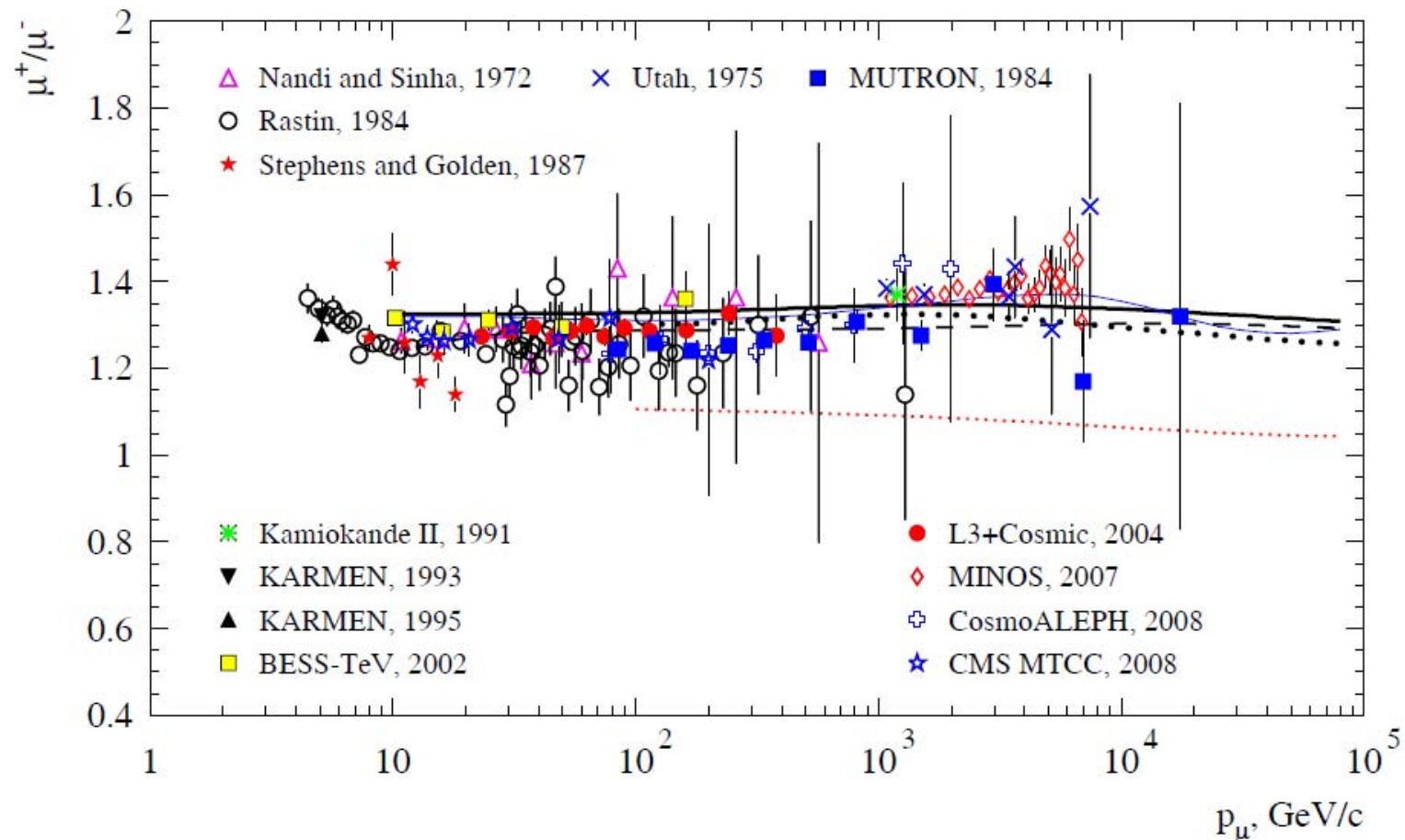
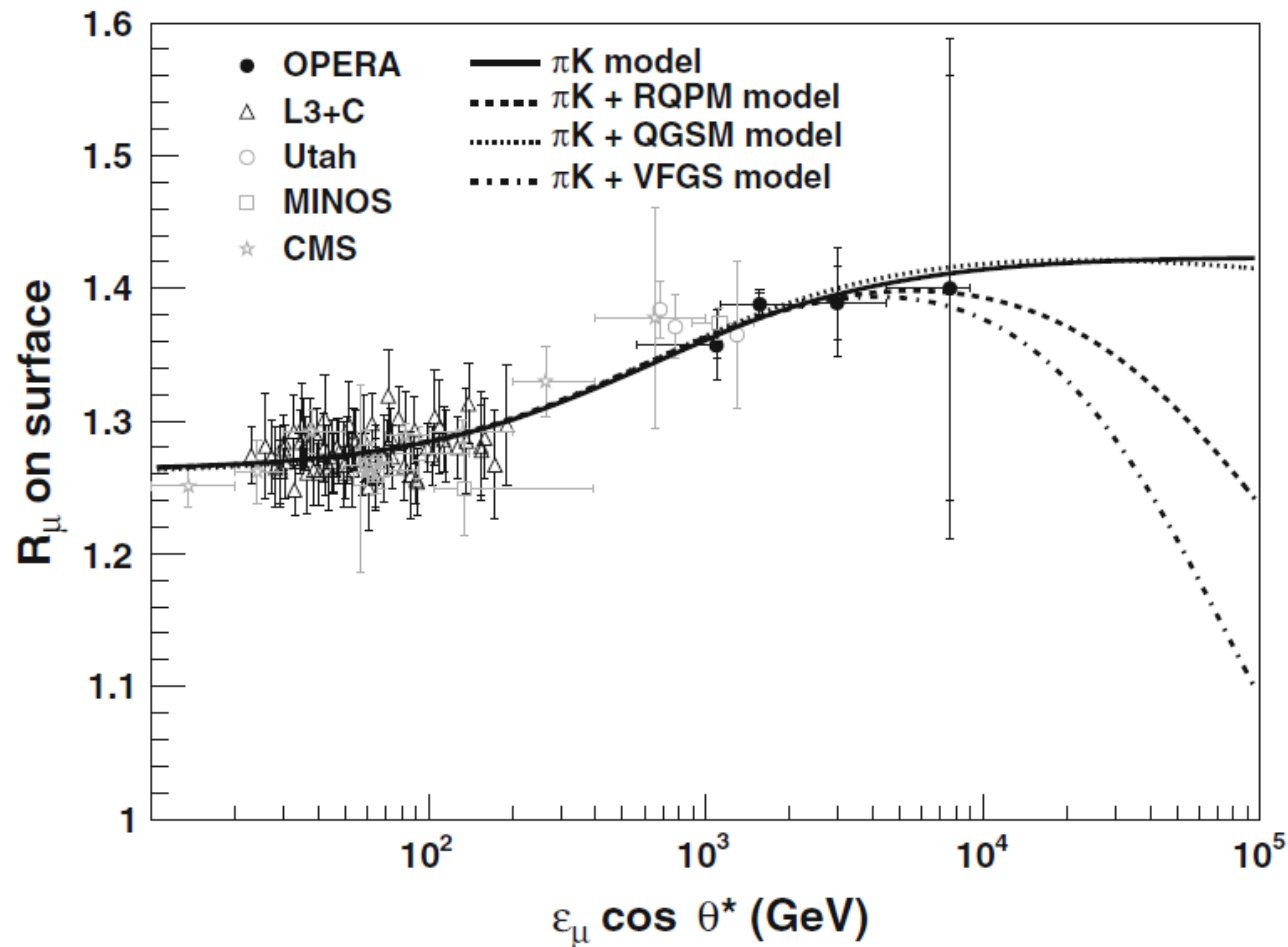


Fig. 3. Muon charge ratio at ground level computed for the three hadronic interaction models and the two primary cosmic ray spectra. Solid line marks the KM + GH result for  $\theta = 0^\circ$ , dashed line shows the same at  $90^\circ$ . Thin line: the KM + ZS at  $0^\circ$ , bold-dotted: the SIBYLL 2.1 + GH, dotted (the lower): the QGSJET-II + GH at  $0^\circ$ .



# Зарядовое отношение АМ с учетом вклада “прямых” мюонов

Eur. Phys. J. C (2014) 74:2933



N. Agafonova et al.

Measurement of the  
TeV atmospheric  
muon charge ratio  
with the complete  
OPERA data set



# Взаимодействие мюона с веществом

- **Ионизация и возбуждение атомов** (i)
- **Выбивание электронов из атома** ( $\delta$ )
- **Рождение  $e^+ e^-$  - пар** (p)
- **Тормозное излучение** (bremsstrahlung) (b)
- **Неупругое рассеяние мюонов на ядрах** (n)

# Потери энергии на ионизацию и возбуждение атомов

Ф. Бете-Блоха

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ion}} = \frac{C_0}{\beta^2} \frac{Z}{A} \left[ \ln \left( \frac{2m_e p^2 W_{\text{max}}}{m_\mu^2 I_Z^2} \right) + \frac{W_{\text{max}}^2}{4E^2} - 2\beta^2 - \delta - U \right].$$

$$C_0 = 0.1535 \text{ МэВ см}^2 \text{ э}^{-1}, \quad p = \sqrt{E^2 - m_\mu^2}, \quad \beta = p / E$$

максимум энергии,  
передаваемой мюоном  
электрону

$$W_{\text{max}} = \frac{2m_e p^2}{m_\mu^2 + m_e^2 + 2m_e E}$$

$\delta$  учитывает поправки  
на эффект плотности;

$$\delta(X) = \theta(X - X_0) \left[ 4.6052X + a\theta(X_1 - X)(X_1 - X)^m + C \right],$$

Значения констант

$X_0, X_1, a, m$  зависят от вещества;

сухой воздух вблизи у.м.:

$$X_0 = 1.74, \quad X_1 = 4.28, \quad a = 0.109, \quad m = 3.399$$

$$X = \lg(p / m_\mu),$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases},$$

$$C = -\left[ 2 \ln(I_Z / h\nu_p) + 1 \right], \quad I_Z - \text{ потенциал ионизации}$$

вода:  $Z/A = 0.5551; X_0 = 0.24, X_1 = 2.80, a = 0.091, m = 3.477, -C = 3.502$

ст. грунт:  $Z/A = 0.5, \rho = 2.65 \text{ гсм}^{-3}; X_0 = 0.49, X_1 = 3.05, a = 0.083, m = 3.412, -C = 3.774$

$$\nu_p = 28.816 \sqrt{\rho Z / A}$$

-частота плазменных  
колебаний

Последнее слагаемое учитывает уменьшение тормозной способности электронов за счет их связи с К- и L-оболочками атомов:

$$U = 2C_K / Z + 2C_L / Z + \dots$$

Эту поправку учитывают, если  $\nu_\mu \sim \nu_e(K, L)$ ; она пренебрежимо мала при высоких энергиях

Адронный каскад

С. Синеговский\_2018

77

# $\delta$ -электроны

$$v \frac{d\sigma_\delta}{dv}(E, v) = 2\pi r_e^2 Z \frac{m_e}{E_\mu} \left( \frac{1}{v} - 1 + \frac{v}{2} \right)$$

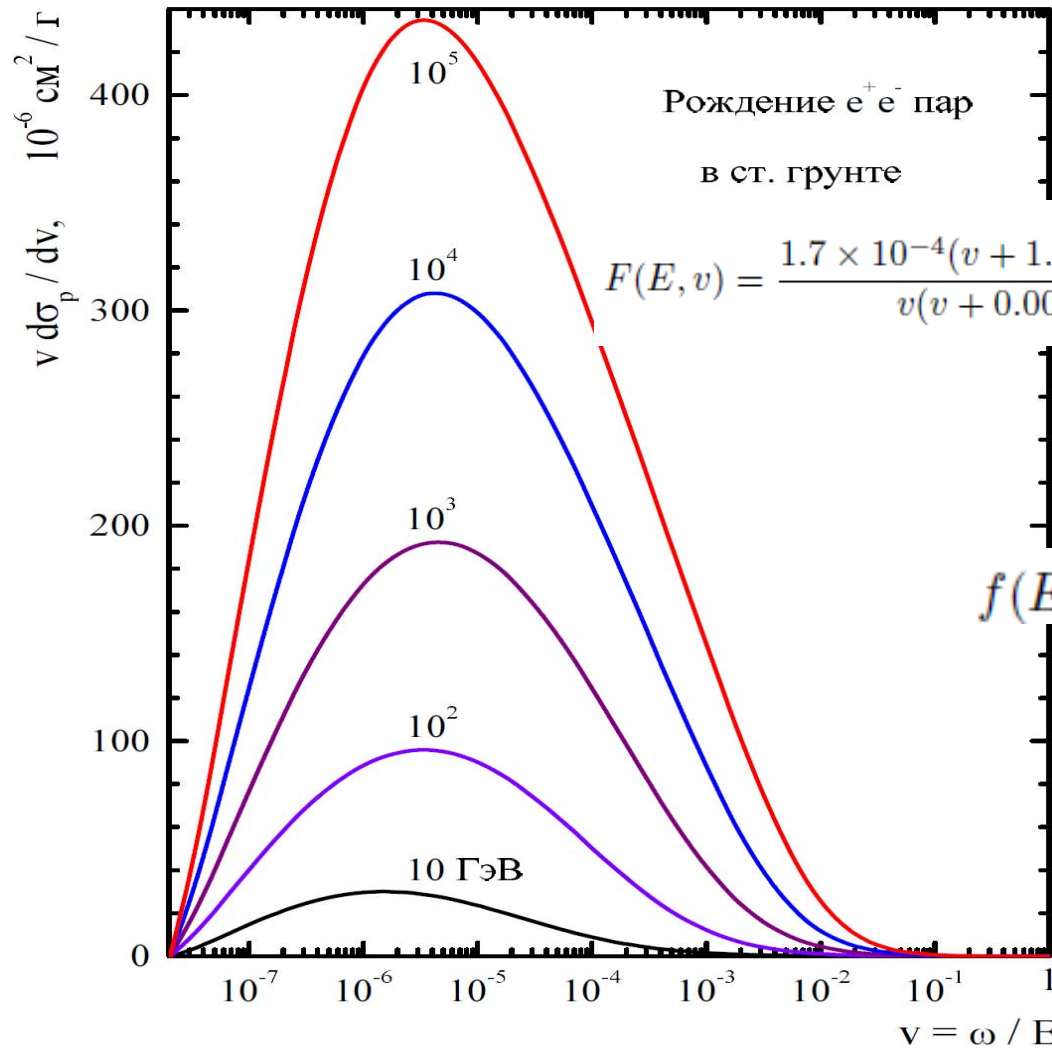
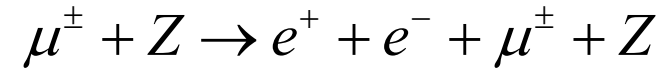
Сечение быстро убывает с энергией мюона, и вносит незначительный вклад при  $E > 1$  ТэВ (за исключением области малых передач энергии ( $d\sigma/dv \sim v^{-2}$ ))

Для  $E=10$  ТэВ и  $v < 0.1$ :

$$\frac{d\sigma_\delta}{dv} = 0,31Z \cdot 10^{-31} \frac{1}{v^2} \text{ см}^2$$

При  $v \sim 10^{-5}$  на пороге ливнеобразования  $\frac{d\sigma_\delta}{dv} \geq \frac{d\sigma_p}{dv}$ , т.к.  $E_\delta = v E_\mu \sim 100$  МэВ

# Сечение рождения пар



$$v \frac{d\sigma_p}{dv} = \frac{16}{\pi} Z(Z+1)(\alpha r_e)^2 F(E, v)$$

$$F(E, v) = \frac{1.7 \times 10^{-4}(v + 1.05 \times 10^{-4})}{v(v + 0.006)^2} \left\{ 1 - \frac{\exp[-0.025 \ln^2(E/m_\mu)]}{1 + 0.323 \ln(10^3 v)} \right\} f(E, v),$$

$$f(E, v) = \frac{1 + 2v}{1 + k/(vE)}, \quad k = 0.02 \text{ GeV},$$

для  $10^{-3} \leq v \leq 0.2$

$$f(E, v) = 1, \text{ for } v_0 < v < 10^{-3} \text{ or } v > 0.2. \\ v_0 = 2 \times 10^{-4}$$

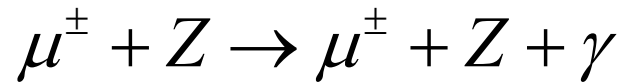
для  $v \leq 10^{-4}$   $\Rightarrow F(E, v) \sim 1/v$

$10^{-3} \leq v \leq 10^{-1}$   $\Rightarrow F(E, v) \sim 1/v^2$

$\Rightarrow F(E, v) \sim 1/v^n$

Для  $Z=8$   $\left. \frac{d\sigma_p}{dv} \right|_{v \rightarrow 0} \approx \frac{10^{-26}}{v} \text{ cm}^2$

# Сечение тормозного излучения мюона



$$v \frac{d\sigma_b}{dv} = \alpha \left( 2r_e Z \frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \left[ (2 - 2v + v^2) \Psi_1(q_{\min}, Z) - \frac{2}{3}(1 - v) \Psi_2(q_{\min}, Z) \right]$$

$$\Psi_{1,2}(q_{\min}, Z) = \Psi_{1,2}^0(q_{\min}, Z) - \Delta_{1,2}(q_{\min}, Z),$$

$$\Psi_1^0(q_{\min}, Z) = \frac{1}{2} \left( 1 + \ln \frac{m_\mu^2 a_1^2}{1 + x_1^2} \right) - x_1 \arctan \frac{1}{x_1} + \frac{1}{Z} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \ln \frac{m_\mu^2 a_2^2}{1 + x_2^2} \right) - x_2 \arctan \frac{1}{x_2} \right],$$

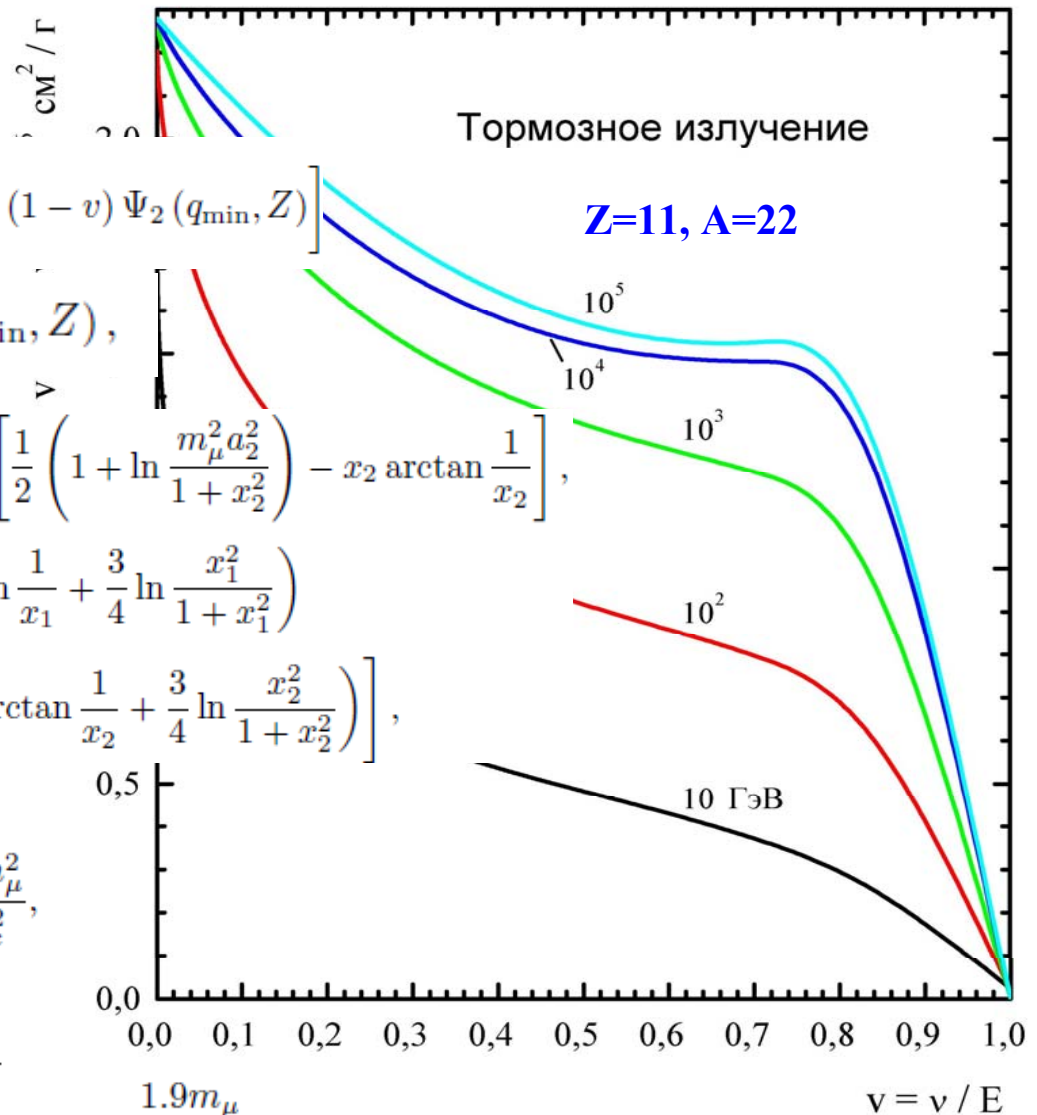
$$\Psi_2^0(q_{\min}, Z) = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} + \ln \frac{m_\mu^2 a_1^2}{1 + x_1^2} \right) + 2x_1^2 \left( 1 - x_1 \arctan \frac{1}{x_1} + \frac{3}{4} \ln \frac{x_1^2}{1 + x_1^2} \right) + \frac{1}{Z} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} + \ln \frac{m_\mu^2 a_2^2}{1 + x_2^2} \right) + 2x_2^2 \left( 1 - x_2 \arctan \frac{1}{x_2} + \frac{3}{4} \ln \frac{x_2^2}{1 + x_2^2} \right) \right],$$

$$\Delta_1(q_{\min}, Z) = \ln \frac{m_\mu}{q_c} + \frac{\zeta}{2} \ln \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1},$$

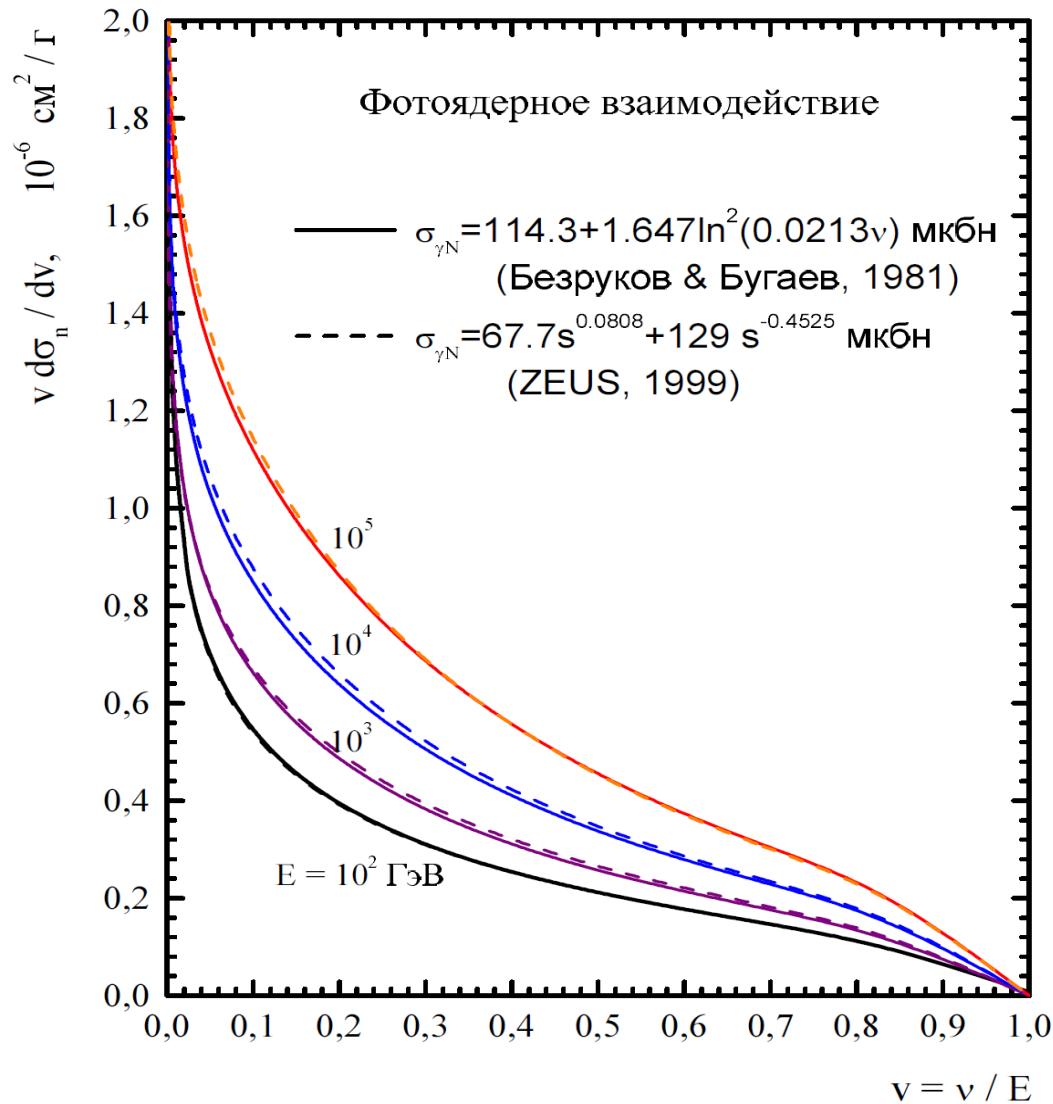
$$\Delta_2(q_{\min}, Z) = \ln \frac{m_\mu}{q_c} + \frac{\zeta}{4} (3 - \zeta^2) \ln \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1} + \frac{2m_\mu^2}{q_c^2},$$

$$q_{\min} \simeq \frac{m_\mu^2 v}{2E(1 - v)}, \quad x_i = a_i q_{\min},$$

$$a_1 = \frac{111.7}{Z^{1/3} m_e}, \quad a_2 = \frac{724.2}{Z^{2/3} m_e}, \quad \zeta = \sqrt{1 + \frac{4m_\mu^2}{q_c^2}}, \quad q_c = \frac{1.9m_\mu}{Z^{1/3}},$$



# Неупругое рассеяние мюона на ядре (1)



$$\frac{d\sigma_n}{d\nu} = \frac{\alpha}{2\pi} \sigma_{\gamma N}(\nu) F_n(\nu, \nu)$$

$$F_n(\nu, \nu) \approx \alpha A / \sigma_{\gamma N}(\nu) \ln(1/\nu)$$

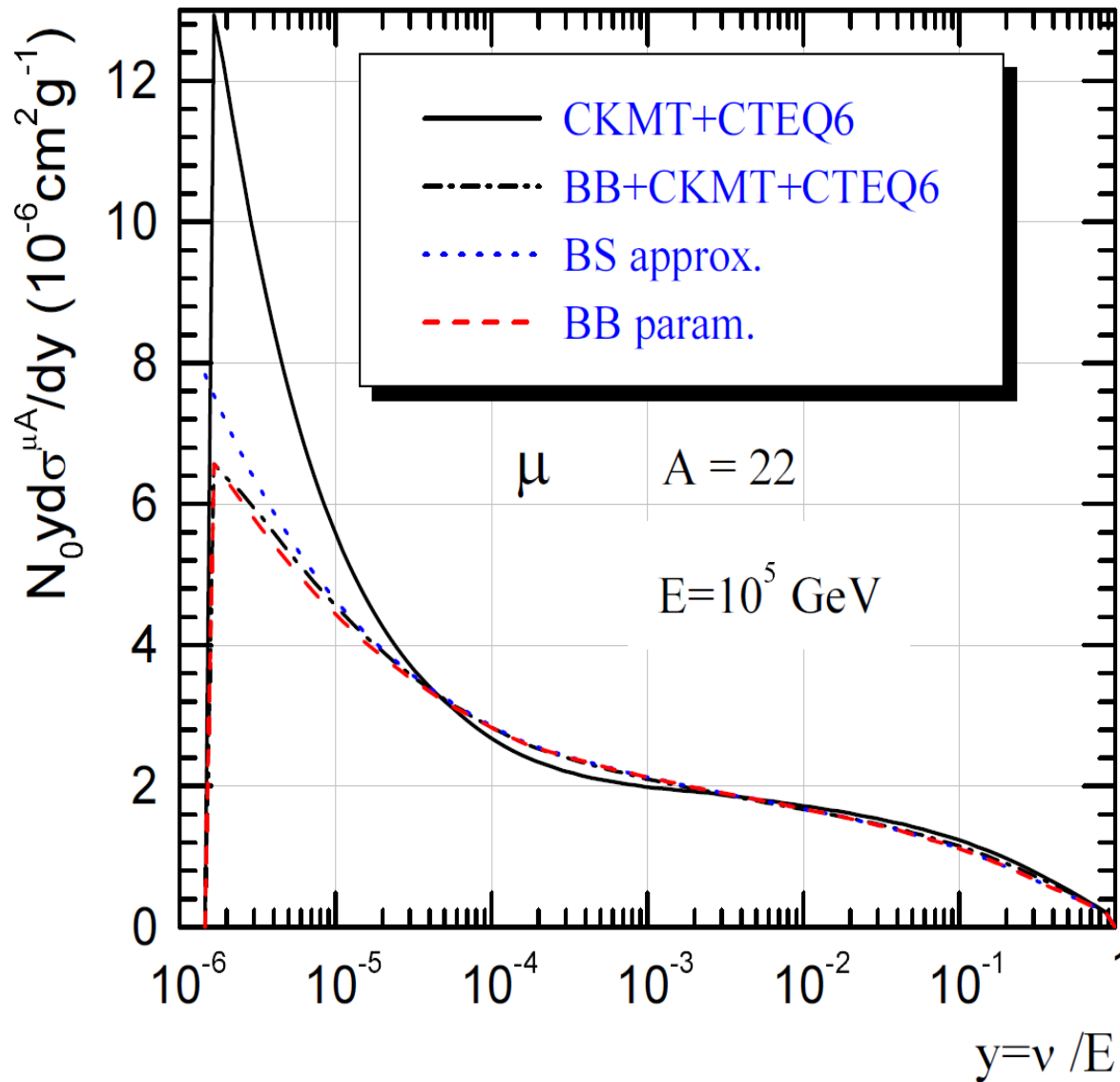
Здесь  $\sigma_{\gamma N}(\nu)$  сечение поглощения нуклоном реального фотона с энергией  $\nu$ .

Рост этого сечения при энергиях  $> 50$  ГэВ можно аппроксимировать зависимостью

$$\sigma_{\gamma N}(\nu) \approx [114.3 + 1.647 \ln^2(0.0213\nu / \text{ГэВ})]$$

$$\begin{aligned}
F_n(v, v) = & Av \left\{ 0.75G(z) \left[ H(v) \ln \left( 1 + \frac{m_1^2}{t} \right) - \frac{H(v)m_1^2}{m_1^2 + t} - \frac{2m_\mu^2}{t} \right] \right. \\
& + 0.25 \left[ H(v) \ln \left( 1 + \frac{m_2^2}{t} \right) - \frac{2m_\mu^2}{t} \right] + \frac{m_\mu^2}{2t} \left[ 0.75G(z) \frac{m_1^2}{m_1^2 + t} + 0.25 \frac{m_2^2}{t} \ln \left( 1 + \frac{t}{m_2^2} \right) \right] \left. \right\}, \\
z = & 0.00282 A^{1/3} \sigma_{\gamma p}(v), \quad t = \frac{m_\mu^2 v^2}{1 - v}, \quad m_1^2 = 0.54 \text{ GeV}^2, \quad m_2^2 = 1.80 \text{ GeV}^2. \\
v = & s / 2m_N = vE.
\end{aligned}$$

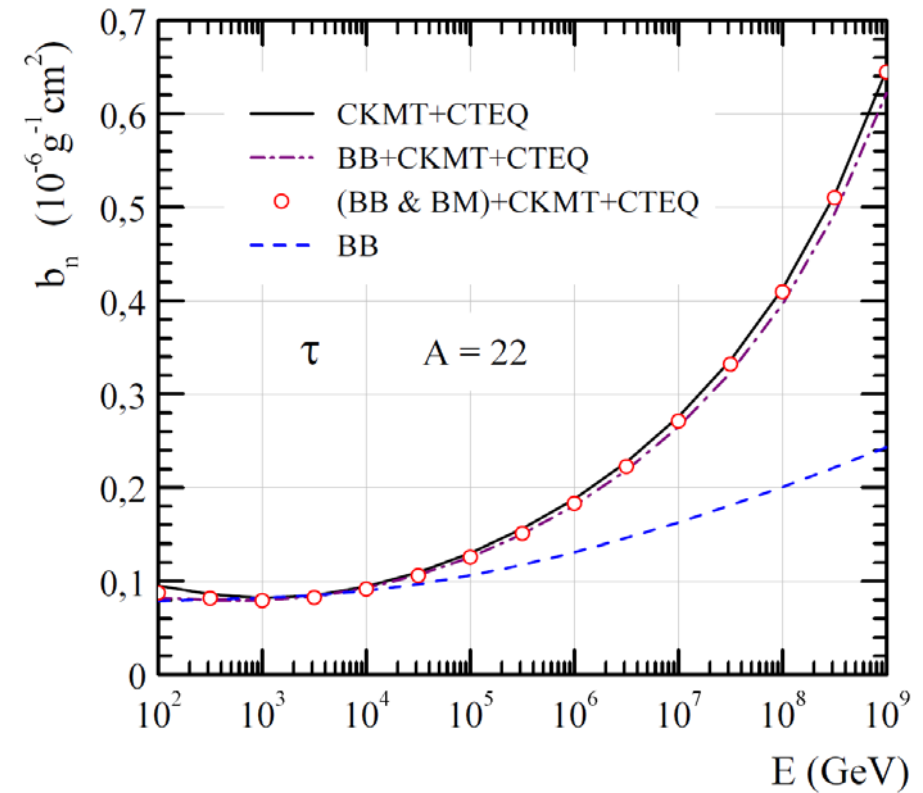
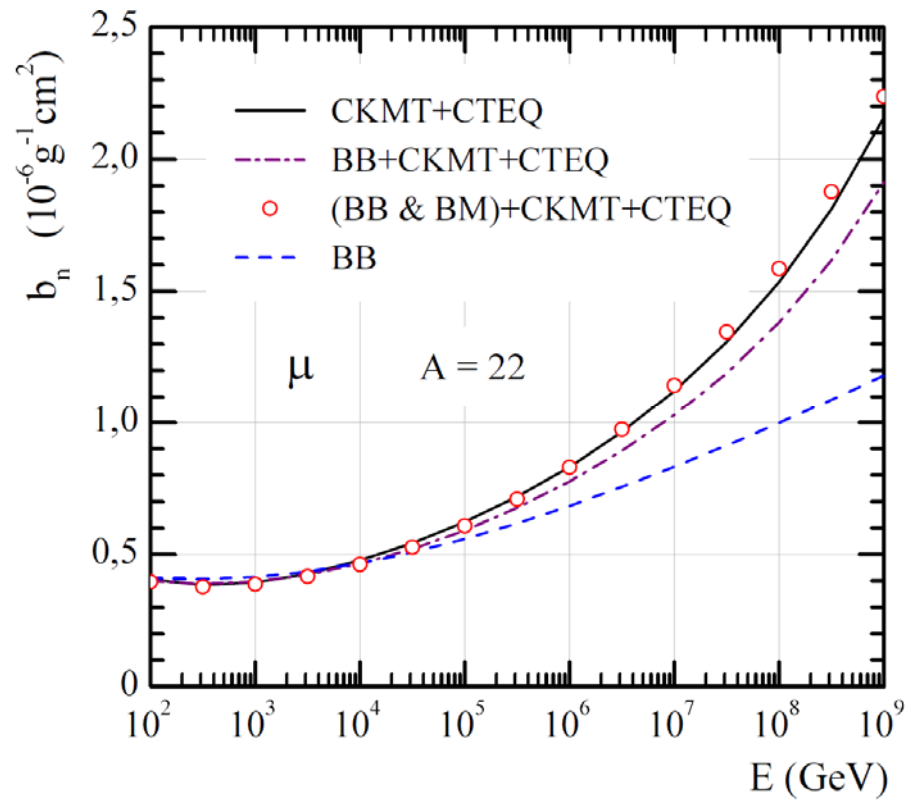
# Неупругое рассеяние мюона на ядре (2)



K.S. Kuzmin et al.  
Phys. Part. Nucl. Lett. 4 (2007) 477

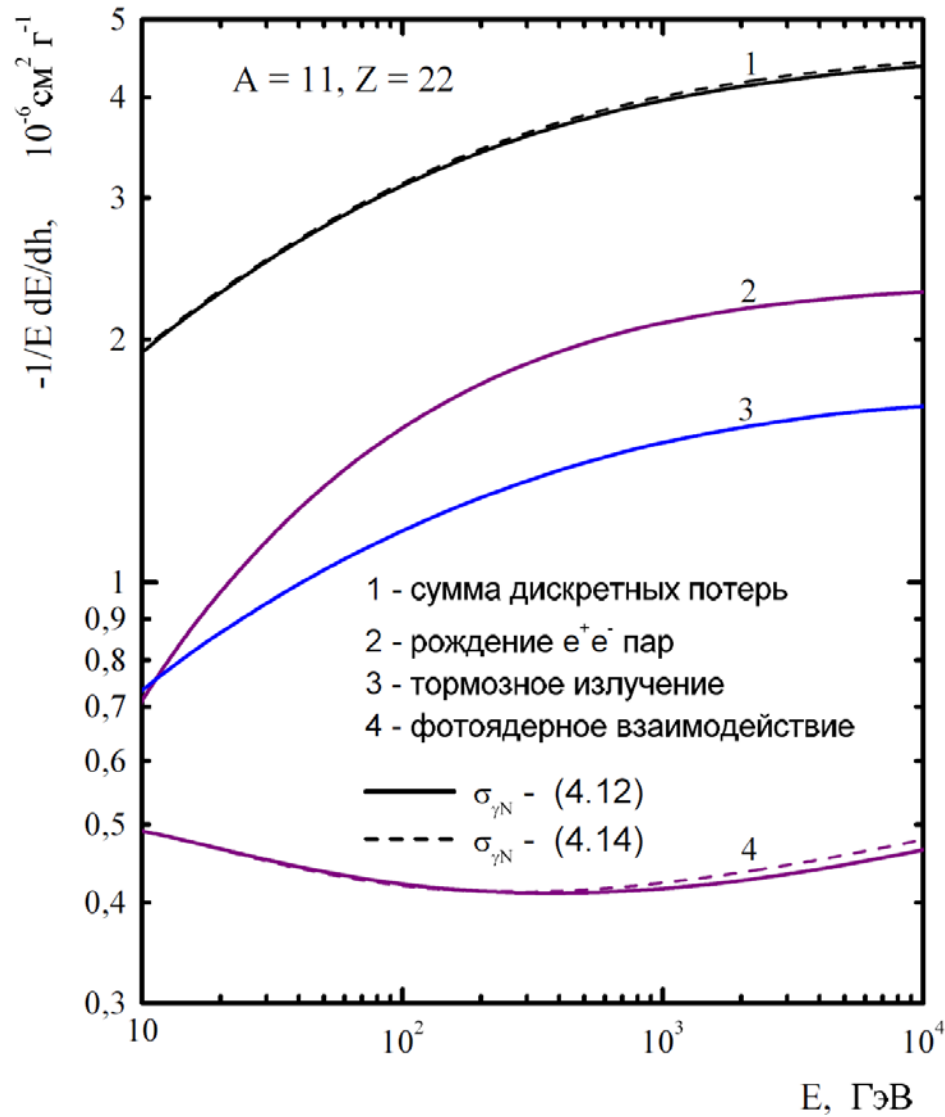


# Энергетические потери мюона и тау-лептона в неупругом рассеянии на ядрах в ст. грунте



# Энергетические потери мюона в ст. грунте и воде

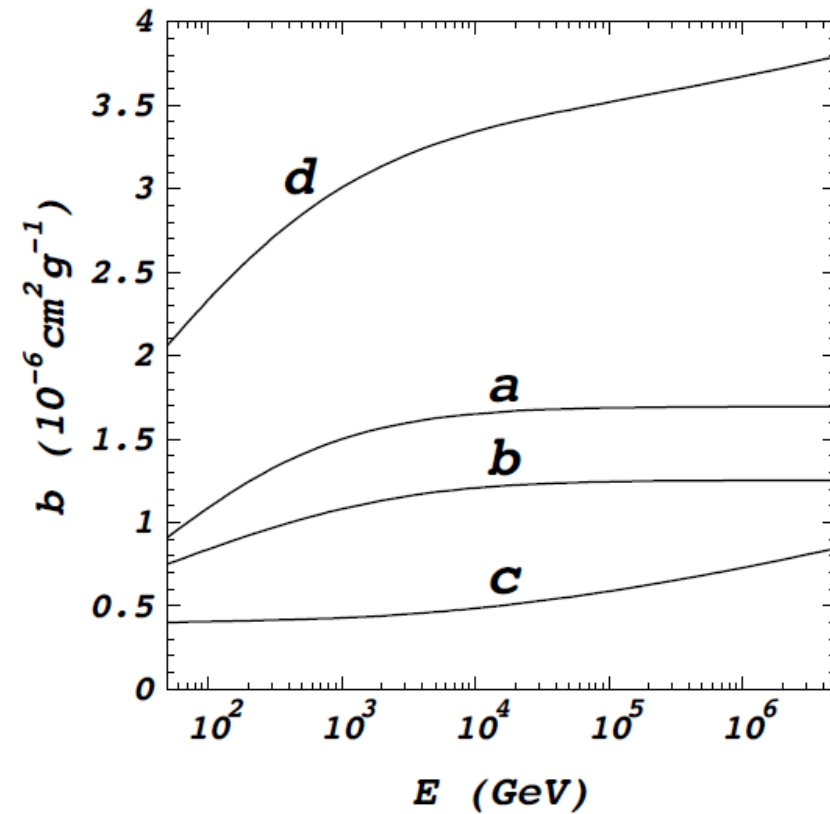
Стандартный грунт



Адронный каскад

С. Синеговский\_2018

Вода



85

# Прохождение мюонов космических лучей через плотное вещество

V.A. Naumov, S.I. Sinegovsky, E.V. Bugaev

Phys. Atom. Nuclei.57 (1994) 412; ЯФ 57(1994) 439

Решение уравнения  $\frac{\partial}{\partial h} D(E, h) - \frac{\partial}{\partial E} [\alpha_{\text{ion}}(E) D(E, h)] = \langle D(E, h) \rangle$ ,  $\langle D(E, h) \rangle = \sum_k \langle D(E, h) \rangle_k$ ,

$$D(E, 0) = D_0(E) \quad h = \sec \vartheta \int_0^z \rho(z') dz',$$

где  $\langle D(E, h) \rangle_k = \left\langle \frac{N_0}{A} \int \frac{d\sigma_k^{Z,A}(E_1, E)}{dE} D(E_1, h) dE_1 \right\rangle_{Z,A}$   
 $- \left\langle \frac{N_0}{A} \int \frac{d\sigma_k^{Z,A}(E, E_2)}{dE_2} D(E, h) dE_2 \right\rangle_{Z,A}$  . **интеграл столкновений**

или  $\langle D(E, h) \rangle_k = \int_{v_{\min}^k}^{v_{\max}^k} \left[ \frac{\Phi_k(v, E_v)}{1-v} D(E_v, h) - \Phi_k(v, E) D(E, h) \right] dv$ .

$$\frac{d\sigma_k^{Z,A}(v, E)}{dv} = \left| \frac{E d\sigma_k^{Z,A}(E, E')}{dE'} \right|_{E'=(1-v)E}, \quad \Phi_k(v, E) = \left\langle \frac{N_0 d\sigma_k^{Z,A}(v, E)}{A dv} \right\rangle_{Z,A}$$

$$v = (E - E')/E$$

# Решение уравнения переноса мюонов в веществе

$$\frac{\partial}{\partial h} D(E, h) - \frac{\partial}{\partial E} [\alpha_{\text{ion}}(E) D(E, h)] = \langle D(E, h) \rangle \quad D(E, 0) = D_0(E)$$

$$v = (E - E') / E, \quad \Phi_k(E, v) = \left\langle \frac{N_0}{A} \frac{d\sigma_k^{Z,A}(E, v)}{dv} \right\rangle_{Z,A}, \quad \frac{d\sigma_k^{Z,A}(E, v)}{dv} = \left| \frac{Ed\sigma_k^{Z,A}(E, E')}{dE'} \right|_{E'=(1-v)E},$$

$$\langle D(E, h) \rangle_k = \int_{v_{\min}^k}^{v_{\max}^k} \left[ \frac{\Phi_k(E_v, v)}{1-v} D(E_v, h) - \Phi_k(E, v) D(E, h) \right] dv, \quad E_v \equiv E / (1-v).$$

При ультрарелятивистских энергиях ( $E \gg m_\mu c^2$ ) (например, при  $E \geq 10$  ГэВ) можно считать  $v_{\min}^k(E) = 0, \quad v_{\max}^k(E) = 1,$

## 1. Приближение непрерывных потерь энергии

В качестве первого шага обсудим приближение непрерывных потерь (ПНП), которое обычно используется для оценок потока атмосферных мюонов. Уравнение ПНП можно получить, разлагая подынтегральное выражения в ряд по степеням  $E_v - E$  в окрестности  $E$  с точностью  $O(v)$ . Интеграл столкновений тогда сводится к выражению

$$\begin{aligned} \langle D(E, h) \rangle &\simeq \sum_k \int_0^1 [1 - (1-v) + vE \frac{\partial}{\partial E}] \Phi_k(E, v) D(E, h) dv = \\ &= \sum_k \int_0^1 [1 + E \frac{\partial}{\partial E}] v \Phi_k(E, v) D(E, h) dv = \sum_k (1 + E \frac{\partial}{\partial E}) D(E, h) \int_0^1 v \Phi_k(E, v) dv \\ &= \frac{\partial}{\partial E} \left[ D(E, h) E \sum_k \int_0^1 v \Phi_k(E, v) dv \right] = \frac{\partial}{\partial E} [E \sum_k b_k(E) D(E, h)], \quad \text{здесь } b_k(E) = \int_0^1 v \Phi_k(E, v) dv \end{aligned}$$

Т. е.  $\frac{\partial}{\partial h} D(E, h) - \frac{\partial}{\partial E} [\beta(E) D(E, h)] = 0, \quad \beta(E) = \alpha_{\text{ion}}(E) + E \sum_k b_k(E) \equiv - \left( \frac{dE}{dh} \right)_{\text{tot}}$

## Решение уравнения ПНП

$$\frac{\partial}{\partial h} \bar{D}(E, h) = \frac{\partial}{\partial E} [\beta(E) \bar{D}(E, h)], \quad D_0(E) = \bar{D}_0(E, h = 0) \quad (1)$$

$$\bar{D}(E, h) = D_0(\mathcal{E}(E, h)) \frac{\beta(\mathcal{E}(E, h))}{\beta(E)}. \quad (2)$$

Здесь  $\mathcal{E}(E, h)$  – корень уравнения  $\lambda(\mathcal{E}, E) = h$ , где  $\lambda(E_1, E_2) = -\int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{\beta(E)}$

представляет средний пробег мюона с потерей энергии  $\Delta E = E_1 - E_2$ .

Т. е.  $\mathcal{E}(E, h)$  – энергия, которой должен обладать мюон на границе среды, чтобы достичь глубины  $h$  с энергией  $E$ :

$$\int_E^{\mathcal{E}} \frac{dE}{\beta(E)} = h \quad (3)$$

Свойства функции  $\mathcal{E}(E, h)$ :

$$1) \mathcal{E}(E, h = 0) = E; \quad 2) \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial h} = \beta(\mathcal{E}); \quad 3) \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial E} = \frac{\beta(\mathcal{E})}{\beta(E)}; \quad 4) \frac{\partial \mathcal{E} / \partial h}{\partial \mathcal{E} / \partial E} = \beta(E). \quad (4)$$

Используя (4), можно доказать, что (2) есть решение задачи (1)

Упражнение 1: используя (3), докажите (4).

Упражнение 2: покажите, что (2) есть решение задачи (1)

$\mathcal{E}(E, h)$  – монотонно возрастающая функция переменных  $E$  и  $h$ ,  
 поэтому для  $t \leq h$  и  $E' \geq E$  справедливы следующие тождества:

$$\mathcal{E}(\mathcal{E}(E, t), h - t) = \mathcal{E}(E', h - \lambda(E', E)) = \mathcal{E}(E, h)$$

## Уравнения характеристик

$$\frac{\partial f(E, h)}{\partial h} - \beta(E) \frac{\partial f(E, h)}{\partial E} = \beta'(E) f(E, h), \quad f(E, h=0) = f_0(E)$$

$$dh = -\frac{dE}{\beta(E)} = \frac{df}{\beta'(E)f(E, h)}$$

уравнения характеристик

$$h = -\int_{\varepsilon}^E \frac{dE}{\beta(E)}, \quad \frac{df}{f} = -\frac{\beta' dE}{\beta(E)} = -\frac{d\beta}{\beta} \quad \Rightarrow \quad f(E, h) = f_0(\mathcal{E}(E, h)) \frac{\beta(\mathcal{E}(E, h))}{\beta(E)}$$

Из ур. (2) можно получить также простое выражение для интегрального спектра на глубине  $h$ . Пусть  $I_0(E) \equiv I(E, 0)$  – интегральный спектр на границе среды, тогда

$$\bar{I}(E, h) = \int_E^\infty \bar{D}(E', h) dE' = \int_{\mathcal{E}(E, h)}^\infty D_0(E') dE' = I_0(\mathcal{E}(E, h)) \quad (5)$$

и кривая поглощения  $\bar{J}(h) = I_0(\mathcal{E}(E_{th}, h))$ . (6)

$E_{th}$  – порог регистрации мюона (на глубине  $h$ ).

Хотя ПНП привлекательно (простота, физическая прозрачность), диапазон его применения сильно ограничен. Грубость ПНП видна на следующем примере.

Пусть начальный спектр  $D_0(E)$  обрывается на некоторой энергии  $E_{max}$ ,  $D_0(E) = 0$  при  $E > E_{max}$ . Тогда, согласно (2) и (5),

$$\bar{D}(E, h) = 0 \text{ и } \bar{I}(E, h) = 0 \text{ при } h > \lambda(E_{max}, E).$$

Но это неверно, по крайней мере, когда  $\lambda(E_{max}, E)$  меньше пробега до распада мюона. Ниже в рамках простой модели покажем, что решение ПНП имеет неправильную асимптотику при  $E \rightarrow \infty$ , поэтому неприменимо при высоких энергиях.

## 2. Асимптотическое поведение (SPS или 3С-модель)

**Точно решаемая модель:** 3С=Скейлинг + Степенной Спектр

$$\beta_i \equiv a = \text{const}; \quad \Phi_k = \Phi_k(v) \quad \longrightarrow \quad \beta = a + bE; \quad b = b_p + b_\gamma + b_n = \text{const} \quad (5.14)$$

$$D_0(E) = D_0^\gamma(E) = CE^{-(\gamma+1)} \quad (5.15); \quad \mathcal{E}(E, h) = \left( \frac{a}{b} + E \right) e^{bh} - \frac{a}{b}, \quad (5.16)$$

Приближение непрерывных потерь в 3С-модели

$$\bar{D}_{3C}(E, h) = D_0^\gamma(E) e^{-\gamma bh} \left[ 1 + \frac{a}{bE} (1 - e^{-bh}) \right]^{-(\gamma+1)}, \quad (5.17)$$

$$\bar{I}_{3C}(E, h) = I_0^\gamma(E) e^{-\gamma bh} \left[ 1 + \frac{a}{bE} (1 - e^{-bh}) \right]^{-\gamma} \quad (5.18)$$

**Характерное свойство модели 3С в ПНП – почти не зависящие от энергии (плоские) спектры при  $E \ll E_{\mu c} \equiv a/b \sim 1$  ТэВ для достаточно больших глубин ( $h \gg 1/b \sim 3$  км в.э.):**

$$\bar{D}_{3C}(E, h) \simeq D_0^\gamma(E_{\mu c}) e^{-\gamma bh}, \quad \bar{I}_{3C}(E, h) \simeq I_0^\gamma(E_{\mu c}) e^{-\gamma bh}.$$

$E_{\mu c}$  - энергия, при которой ионизационные потери энергии мюона равны радиационным.



При больших же энергиях ( $E \gg E_{\mu c}$ ) спектр сохраняют свою первоначальную форму на любой глубине:

$$\bar{D}_{3C}(E, h) \simeq D_0^\gamma(E) e^{-\gamma bh}, \quad \bar{I}_{3C}(E, h) \simeq I_0^\gamma(E) e^{-\gamma bh}.$$

Из (6) получим 
$$\bar{J}_{3C}(h) = I_0^\gamma \left( E_{\mu c} \left( e^{bh} - 1 \right) \right),$$

независимо от пороговой энергии  $E_{th}$ , если  $E_{th} \ll E_{\mu c} (1 - e^{-bh})$ .

### Точное решение модели SPS

Откажемся теперь от приближения непрерывных потерь и найдем точное решение ур. (1) в модели 3С. Обозначим

$$b_{\gamma+n} = \int_0^1 \Phi(v) [1 - (1-v)^{\gamma+n}] dv, \quad n = 0, 1, \dots, \quad c_\gamma = b_{\gamma+1} - b_\gamma = \int_0^1 \Phi(v) (1-v)^\gamma v dv,$$

где  $\Phi(v) = \Phi_p(v) + \Phi_b(v) + \Phi_n(v)$ .

Будем искать решение в виде разложения в ряд по степеням безразмерного параметра  $\xi = a / (c_\gamma E)$ :

$$D_{3C}(E, h) = D_0^\gamma(E) e^{-b_\gamma h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\gamma+1)_n}{n!} f_n(h) (-\xi)^n \tag{5.19}$$

(здесь  $(\gamma+1)_n$  – символы Похгаммера).

Подставляя (5.19) в (1), найдем, что коэффициентные функции  $f_n(h)$

удовлетворяют рекуррентным соотношениям

$$\frac{df_n}{dh} + (b_{\gamma+n} - b_\gamma) f_n = n c_\gamma f_{n-1}, \quad f_n(0) = \delta_{n0}. \tag{5.20}$$

$$\frac{df_n}{dh} + (b_{\gamma+n} - b_\gamma) f_n = nc_\gamma f_{n-1}, \quad f_n(0) = \delta_{n0}. \quad (5.20)$$

Интегрирование ур. (5.20) дает

$$f_n(h) = \delta_{n0} + nc_\gamma \int_0^h \exp[-(b_{\gamma+n} - b_\gamma)(h-t)] f_{n-1}(t) dt. \quad (5.21)$$

В частности, для  $n = 0, 1$  имеем  $f_0(h) = 1$  и  $f_1(h) = 1 - e^{-c_\gamma h}$ .

По индукции, используя неравенство  $b_{\gamma+n} - b_\gamma < nc_\gamma$  для  $n \geq 1$ , получим

$$[f_1(h)]^n \leq f_n(h) \leq (c_\gamma h)^n \quad \text{для всех } h.$$

Следовательно, ряд (5.19) абсолютно и равномерно сходится при условии

$$\zeta \equiv (c_\gamma h) \xi = \frac{ah}{E} \leq 1, \quad (5.22)$$

и расходится при  $\xi f_1(h) > 1$ .

Можно показать, что полученное решение сведется к решению ПНП (5.17), если положить формально  $b_{\gamma+n} = (\gamma + n)b$  для  $n \geq 0$ . Грубое выполнение этих равенств для не слишком больших  $n$ , являющееся следствием быстрого роста сечений взаимодействия в электродинамике при  $v \ll 1$ , и составляет основу применимости приближения непрерывных потерь. Очевидно, однако, что для  $n \geq 0$  и  $\gamma > 1$  имеют место строгие неравенства  $b_{\gamma+n} < (\gamma + n)b$ , которые выполняются безотносительно к поведению  $\Phi(v)$ , поскольку  $(1 - v)^\tau > 1 - \tau v$  при  $\tau > 1$  и  $0 < v \leq 1$ .

Таким образом, отношение

$$r(E, h) = D_{3C}(E, h) / \bar{D}_{3C}(E, h),$$

являющееся мерой эффекта флуктуаций энергетических потерь (пробегов), увеличивается с глубиной как  $\exp[(\gamma b - b_\gamma)h]$  при  $\xi \ll 1$ .

Другими словами, ПНП приводит к недооценке потока мюонов при высоких энергиях.

Величина эффекта зависит критически от показателя  $\gamma$  граничного спектра: разность  $\gamma b - b_\gamma$  быстро растет как функция  $\gamma$ ). Например, для вертикального потока обычных атмосферных мюонов (от распадов  $\pi$ - и  $K$ -мезонов на глубине  $h = 10$  км водного эквивалента (в. э.) в стандартном грунте ( $Z = 11$ ,  $A = 22$ ,  $\rho = 2.65 \text{ гсм}^{-3}$ ) величина  $r(E, h) \simeq 10$  при  $E = 10 \text{ ТэВ}$ .

Модель демонстрирует, что при расчете спектра атмосферных мюонов на большой глубине (под толстым слоем) плотного вещества флуктуации невозможно учесть как поправки к приближению непрерывных потерь энергии. Ясно, что точное решение (5.19), хотя само по себе и не годится для реальной ситуации низких энергий и/или больших глубин, тем не менее указывает направление построения метода: строить решение кинетического уравнения по соответствующей итерационной схеме, используя исходную подстановку, имеющую правильное поведение при высоких энергиях.

Если определить асимптотическое поведение сечений и граничного спектра как в модели ЗС, т. е. потребовать выполнения равенств (5.14) и (5.15) при энергиях  $E \gg E_{\text{as}}$  (где условная граница асимптотического режима  $E_{\text{as}}$  должна быть достаточно большой величиной), то ЗС будет основой асимптотических оценок. Будем помнить, что на самом деле асимптотическое поведение фотоядерного взаимодействия неизвестно, так же как и поведение граничного спектра мюонов  $D_0(E)$ .

**Детали см. в журнале Ядерная физика, 1994. Т. 57**

# **О методе решения уравнения переноса мюонов**

**В плотной среде можно прочесть в работе:**

V. A. Naumov, S. I. Sinegovsky, E.V.Bugaev, Phys. Atom. Nucl. 57 (1994) 412-424 ; arXiv:hep-ph/9301263.

A new method for calculating the energy spectrum of cosmic-ray muons under thick layers of matter.

(Новый метод расчета спектров мюонов космических лучей)

**Ядерная физика, 1994. Т. 57**

# Резюме

- ✓ Метод решения уравнения переноса позволяет с контролируемой точностью рассчитывать дифференциальный спектр мюонов космических лучей после прохождения толстого слоя вещества.
- ✓ Метод применим на больших глубине (десятки км в. э.) для реального граничного спектра мюонов (на у.м.) (отличного от степенного) и зависящих от энергии сечений взаимодействия, отвечающих в том числе и за катастрофические сбросы энергии.
- ✓ Решение построено по итерационной схеме, в которой исходным является приближение, имеющее правильное поведение при высоких энергиях, такое, что существенная часть эффекта катастрофических потерь энергии мюонов учтена, и последующие итерации дают лишь поправки.
- ✓ Преимущество разработанного кода в сравнении с прямым расчетом методом Монте Карло (или другим численным подходом) – в возможности исследования моделей спектра и состава первичных космических лучей, а также рождения чарма и поведения фотоядерного сечения при очень высоких энергиях;
- ✓ практическое значение в задаче о восстановлении спектра мюонов на уровне моря на основе данных больших подземных и подводных детекторов позволяет обойти трудности решения обратной задачи
- ✓ Разработанный код численной реализации метода сравнительно прост и не требует значительных компьютерных ресурсов (в отличие от кодов М-К).

## Иллюстрации (грунт, вода, лед)

Результаты расчета потоков мюонов в сравнении с данными измерений большого числа подземных и глубоководных установок (включая действующие нейтринные телескопы) позволяют:

- проверить правильность наших представлений о механизме генерации обычной компоненты атмосферных мюонов (от распадов пионов и каонов) и жесткой составляющей потоков мюонов от распада тяжелых адронов, содержащих чарм (т.н. “прямых” мюонов )
- выполнить мюонную калибровку нейтринных телескопов



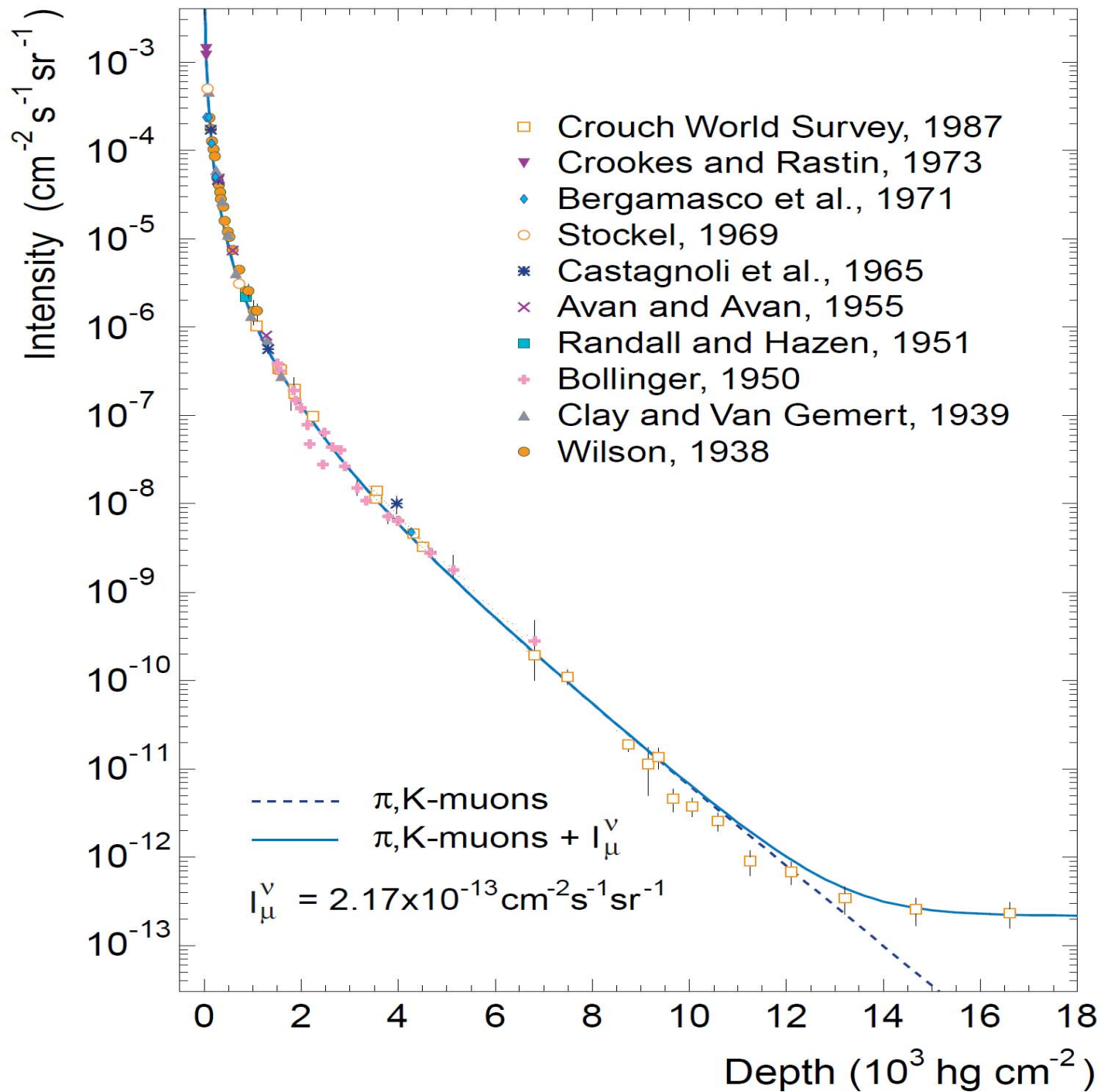
TABLE II. Ratio  $R_{d/c} = I_{\mu}^{disc}/I_{\mu}^{cont}$  at  $E_{\mu} > 10$  GeV.

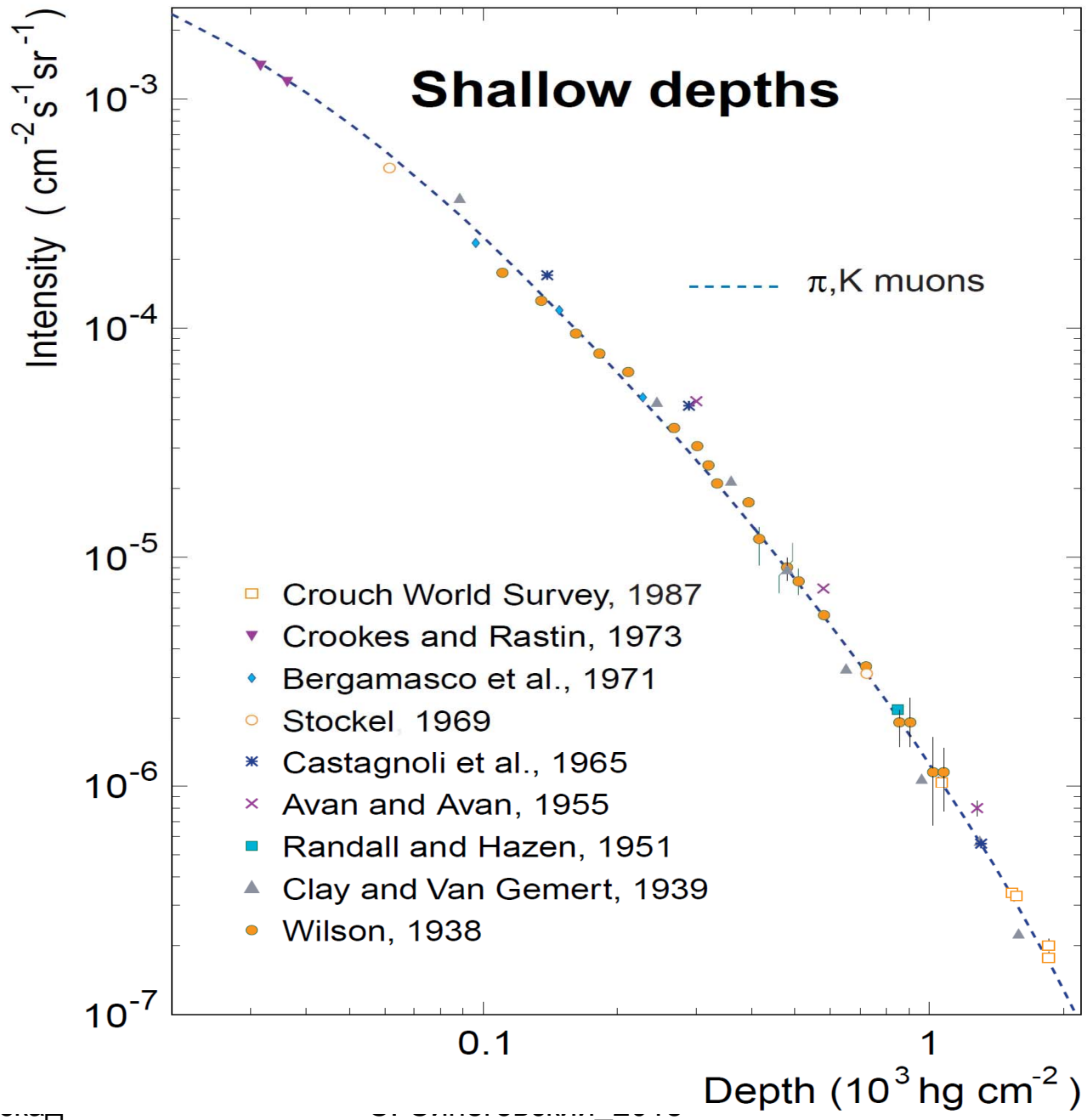
$\theta$ (degrees)	sec $\theta$	$h$ (km w.e.)			water	
		1	2	3		
0	1.0	1.02	1.05	1.09	1.15	$\gamma = 2.5 - 3.0$
60	2.0	1.04	1.14	1.31	1.58	<b>h=2 км</b>
70.53	3.0	1.08	1.30	1.74	2.54	<b>1.04 - 1.09</b>
75.52	4.0	1.12	1.55	2.53	4.79	<b>4 км</b>
78.46	5.0	1.20	1.96	4.07	10.7	<b>1.15 - 1.28</b>
80.40	6.0	1.30	2.60	7.21	28.7	<b>6 км</b>
81.79	7.0	1.43	3.57	13.8	89.5	<b>1.33 - 1.61</b>
82.82	8.0	1.58	5.00	28.7	284	<b>8 км</b>
83.62	9.0	1.74	7.10	63.5	769	<b>1.60 - 2.12</b>
84.26	10.0	1.92	10.5	151	2320	<b>10 км</b> <b>2.03 - 2.98</b>

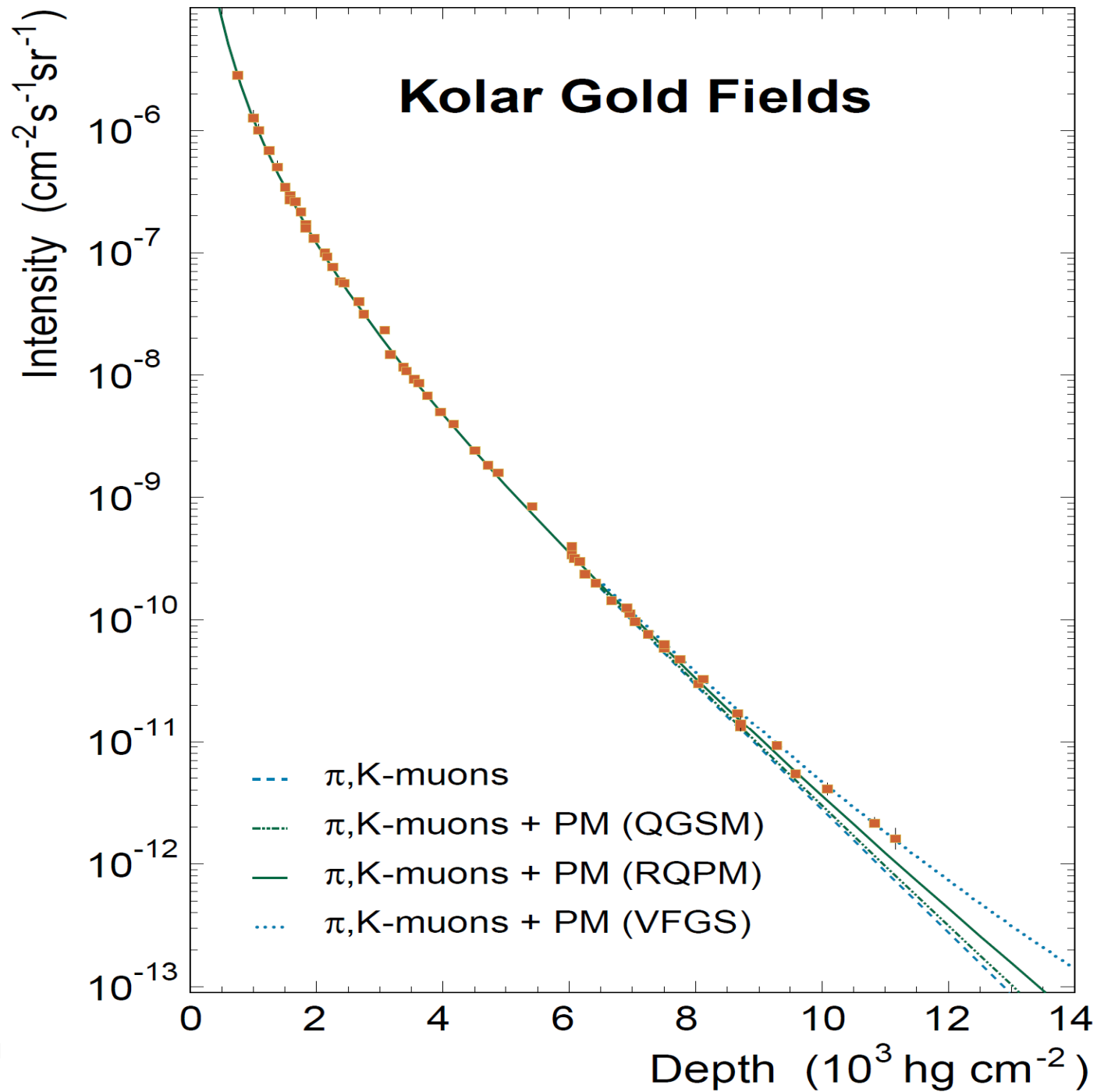
**K. Kobayakawa, Nuovo Cim. 47 (1967) 156**

$x \cdot 10^{-5},$ $z \cdot \text{cm}^{-2}$	$r$				(2,31)
	$\gamma=2$	$\gamma=2,5$	$\gamma=3$	$\gamma=3,5$	$\gamma=2,5$
2	0,99	0,96	0,92	0,88	0,91
4	0,95	0,87	0,78	0,69	0,83
6	0,89	0,75	0,62	0,50	0,76
8	0,81	0,62	0,47	0,34	0,68
10	0,71	0,49	0,33	0,22	0,61

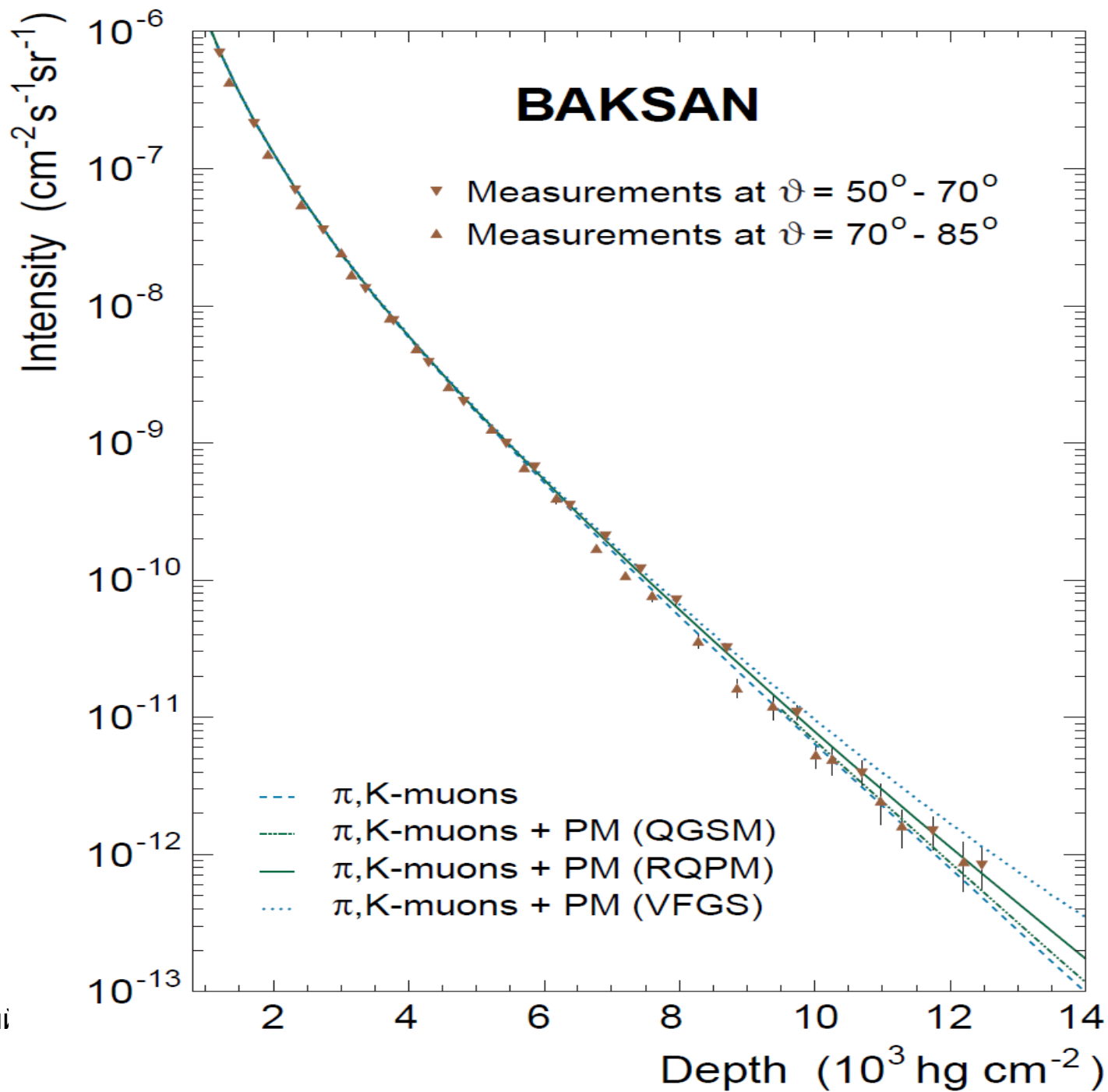
**И.Л. Розенталь, УФН 94 (1968) 91**



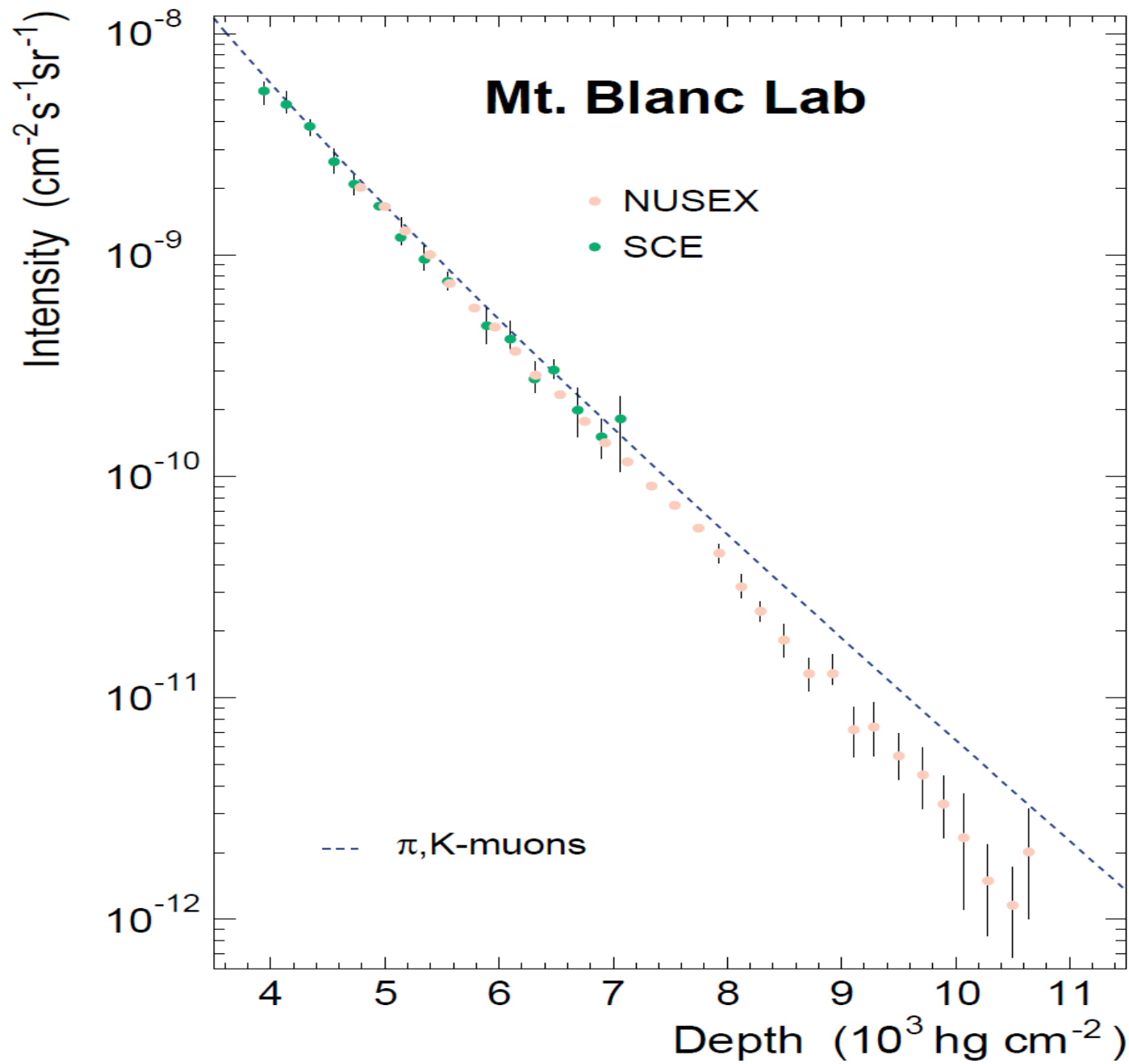


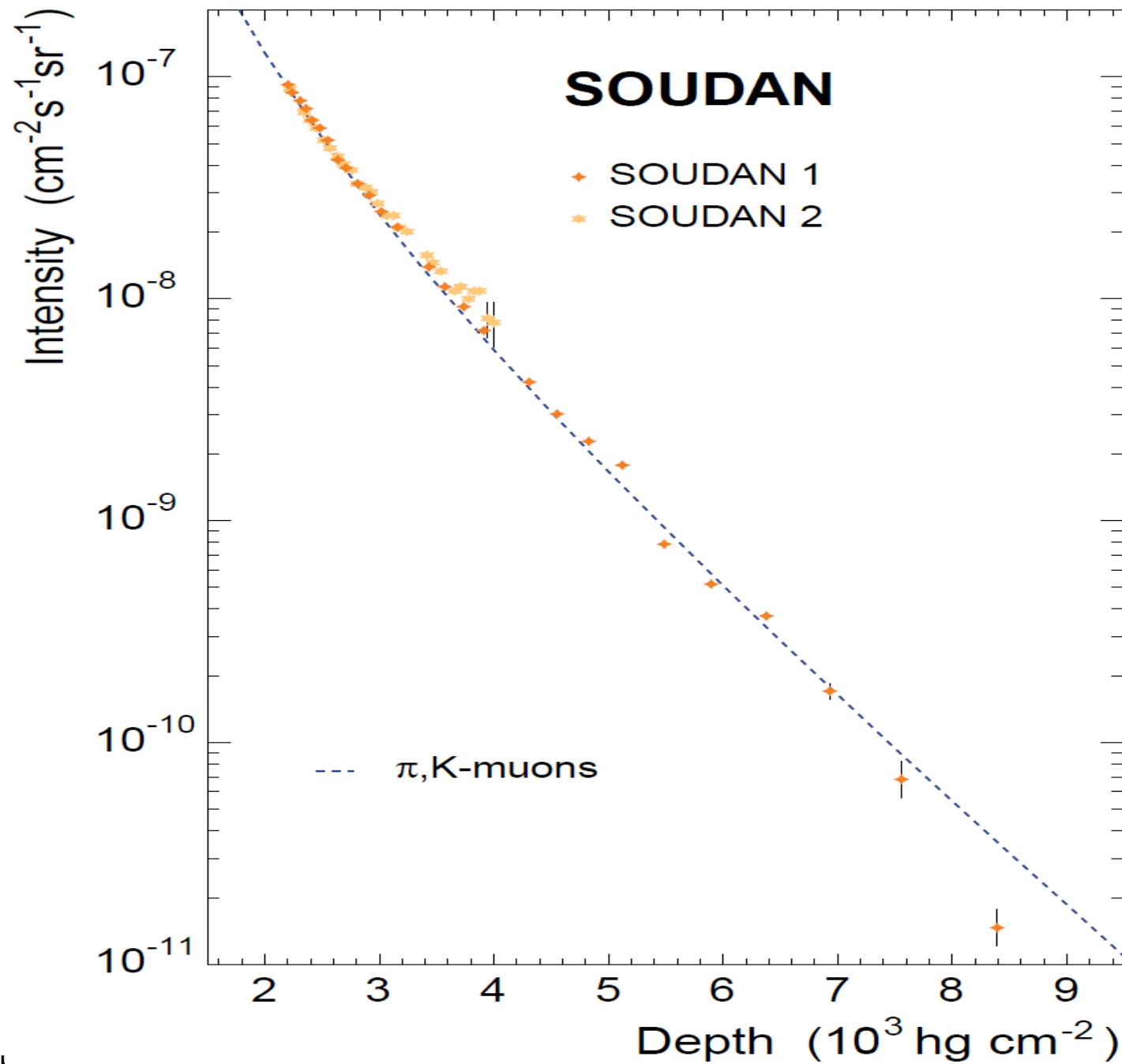


Адронный

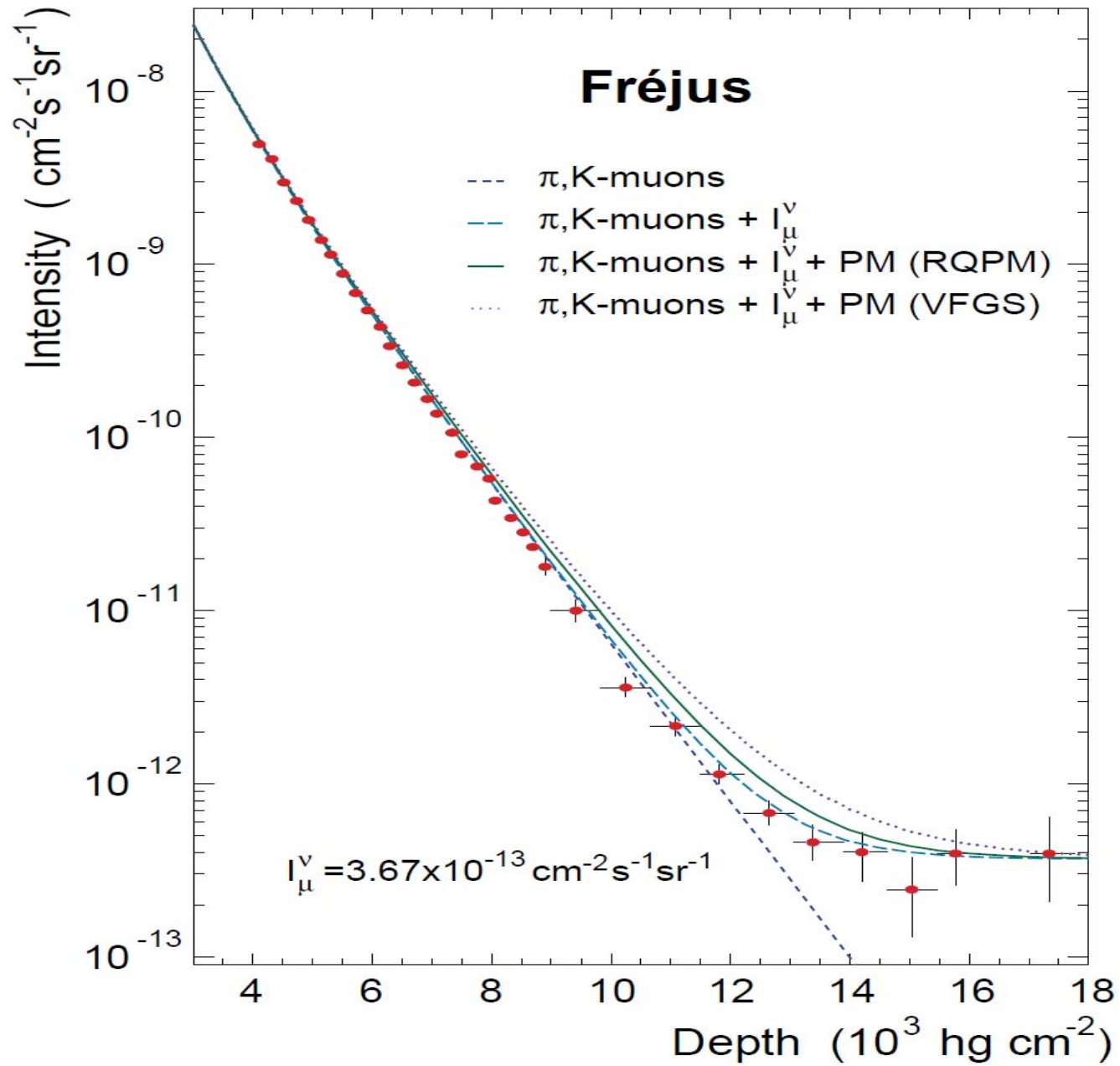


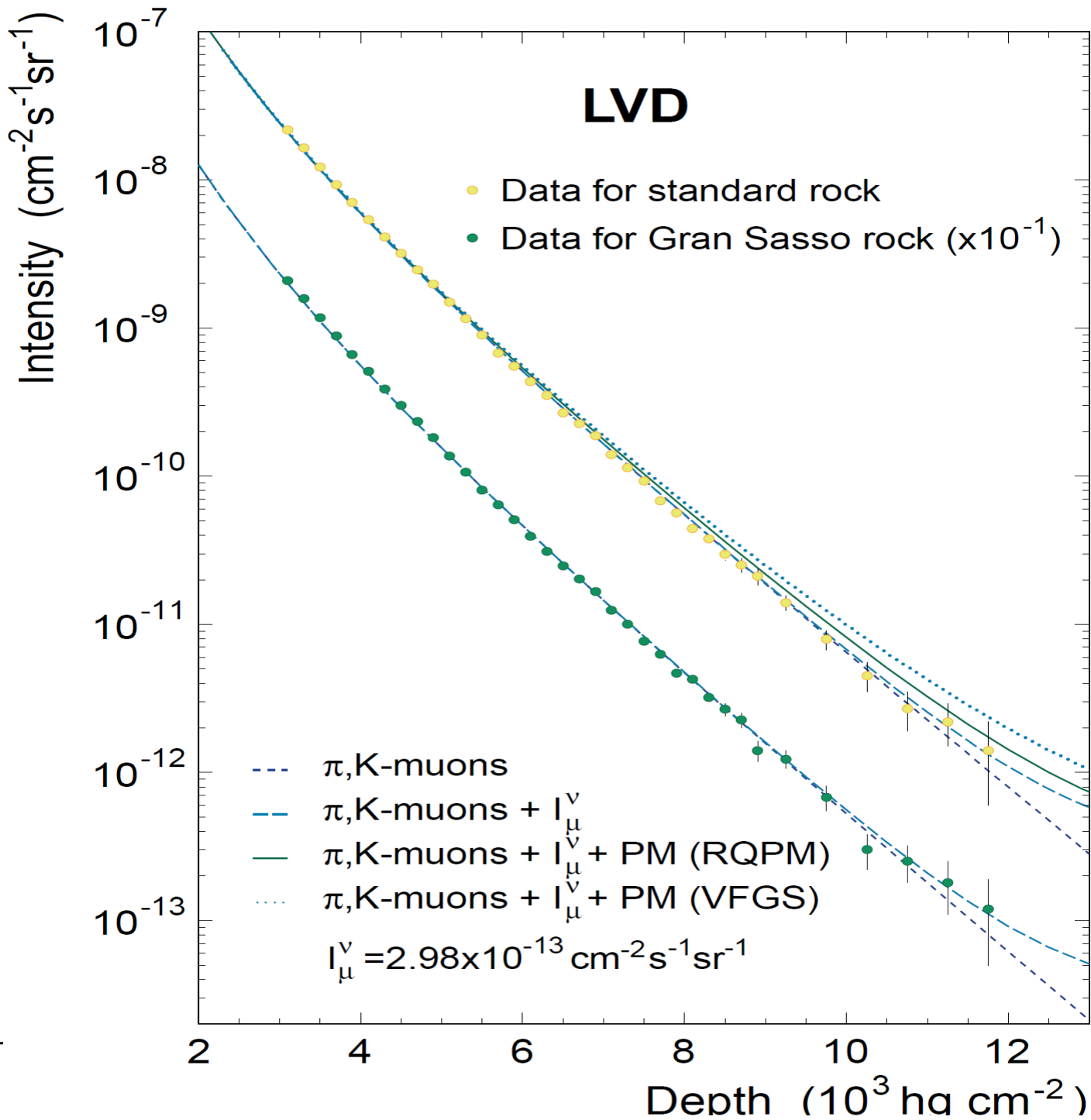
Адронный





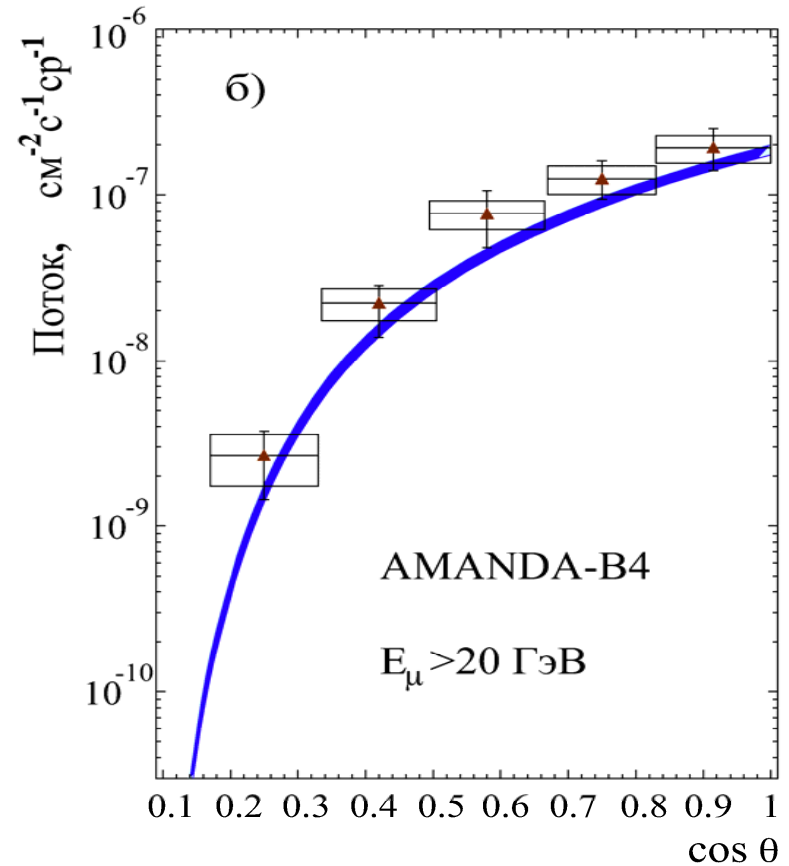
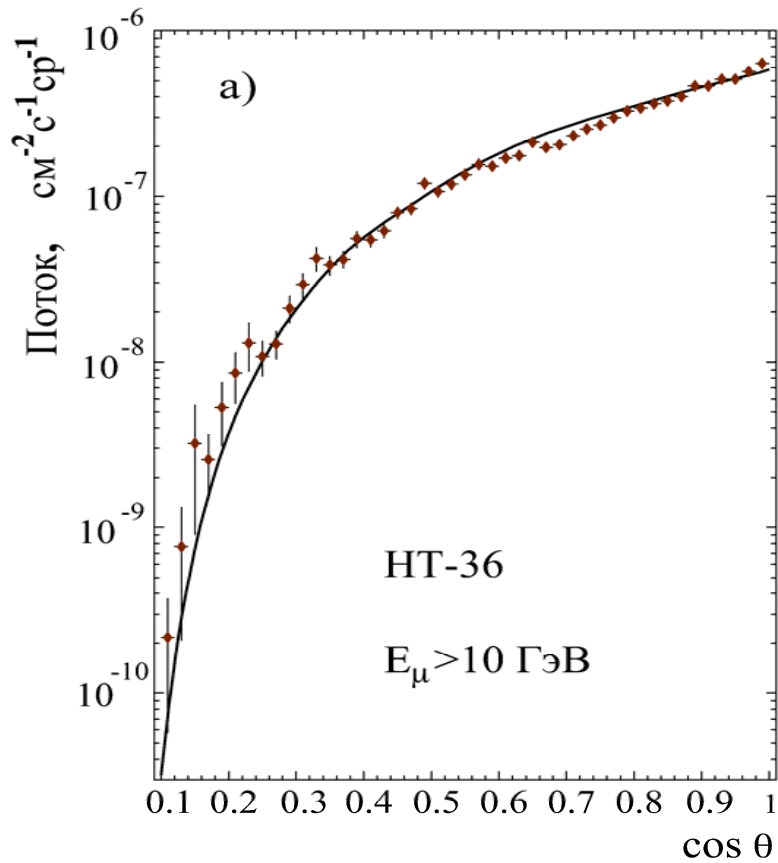




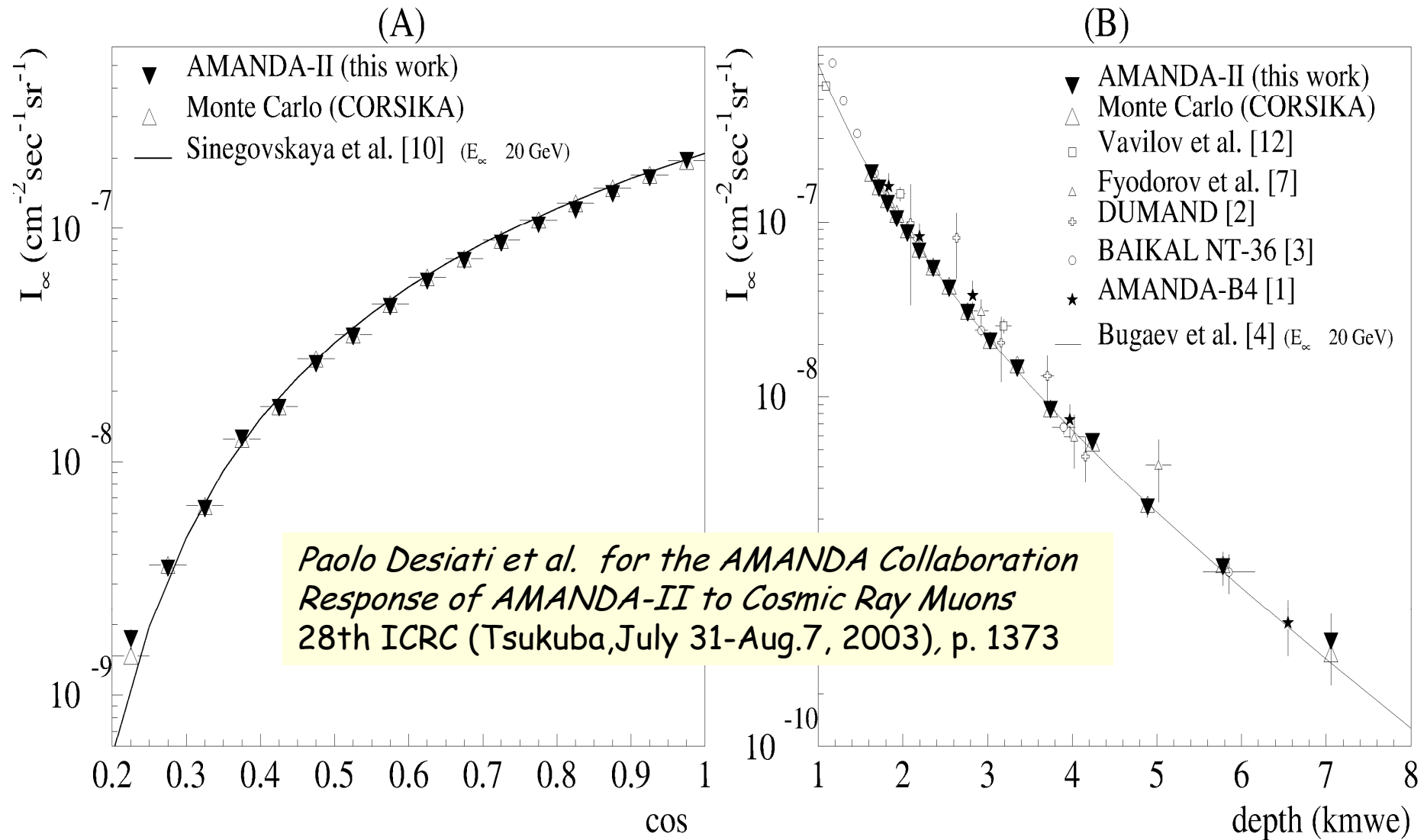


# Угловые распределения мюонов по данным нейтринных телескопов

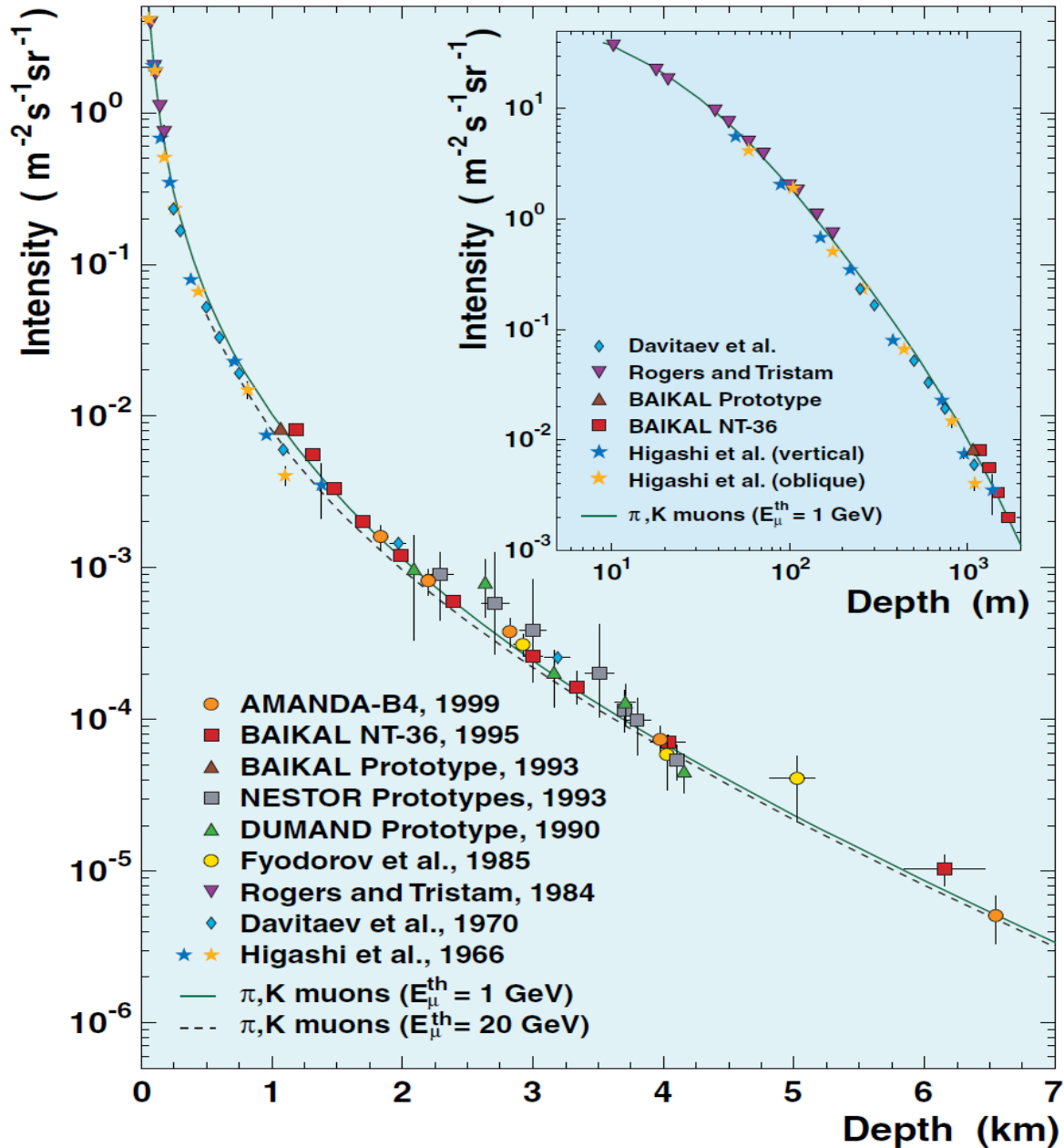
T. S. Sinegovskaya, S. I. Sinegovsky, Phys. Rev. D 63, 096004 (2001)



# Измерения AMANDA-II (2003)



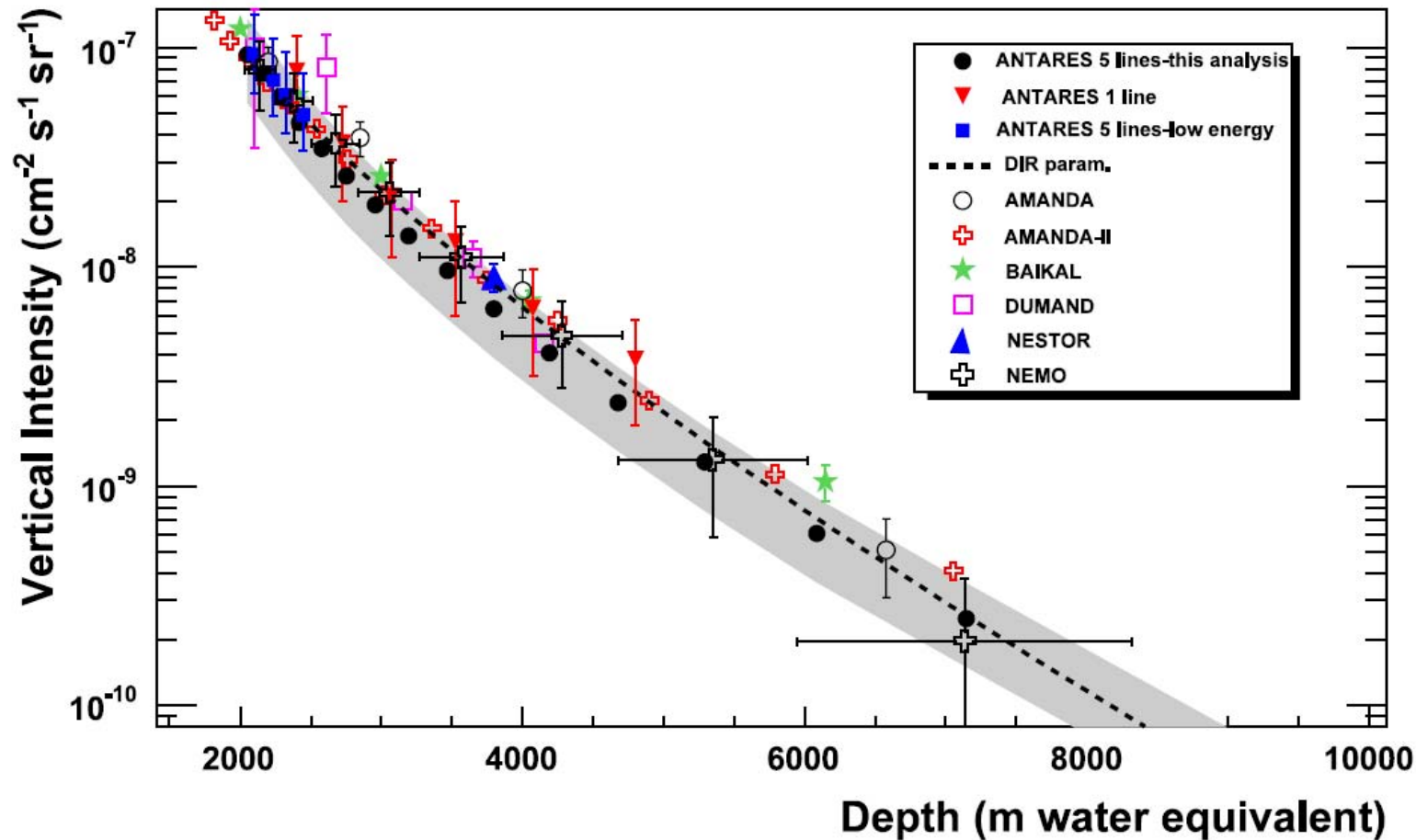
# Кривая поглощения мюонов в воде (до 2000 г.)



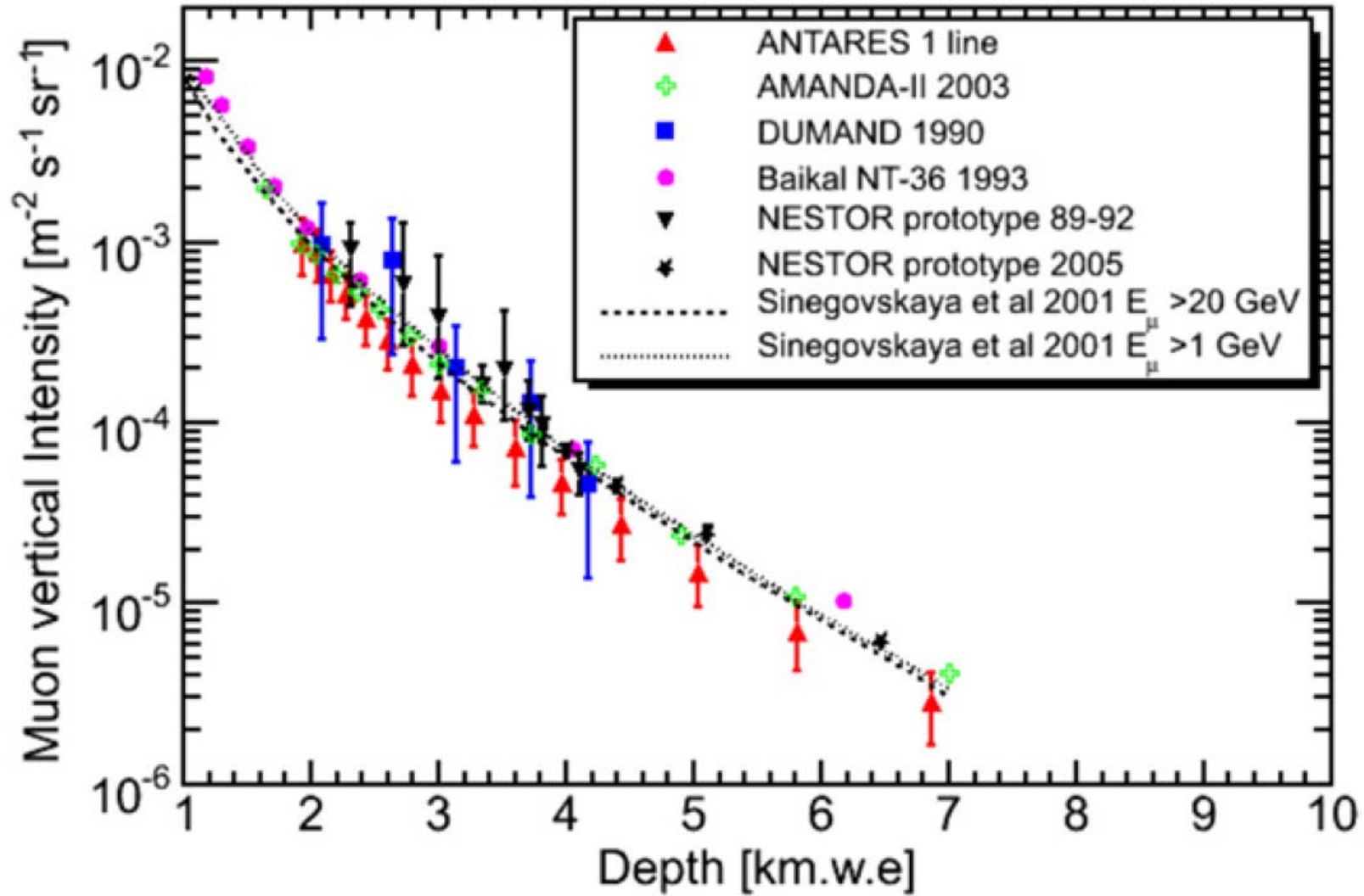
E.V. Bugaev, A. Misaki, V.A. Naumov, T.S. Sinegovskaya, S.I. Sinegovsky, N. Takahashi, Atmospheric muon flux at sea level, underground, and underwater, Phys. Rev., D 58 (1998), 054001

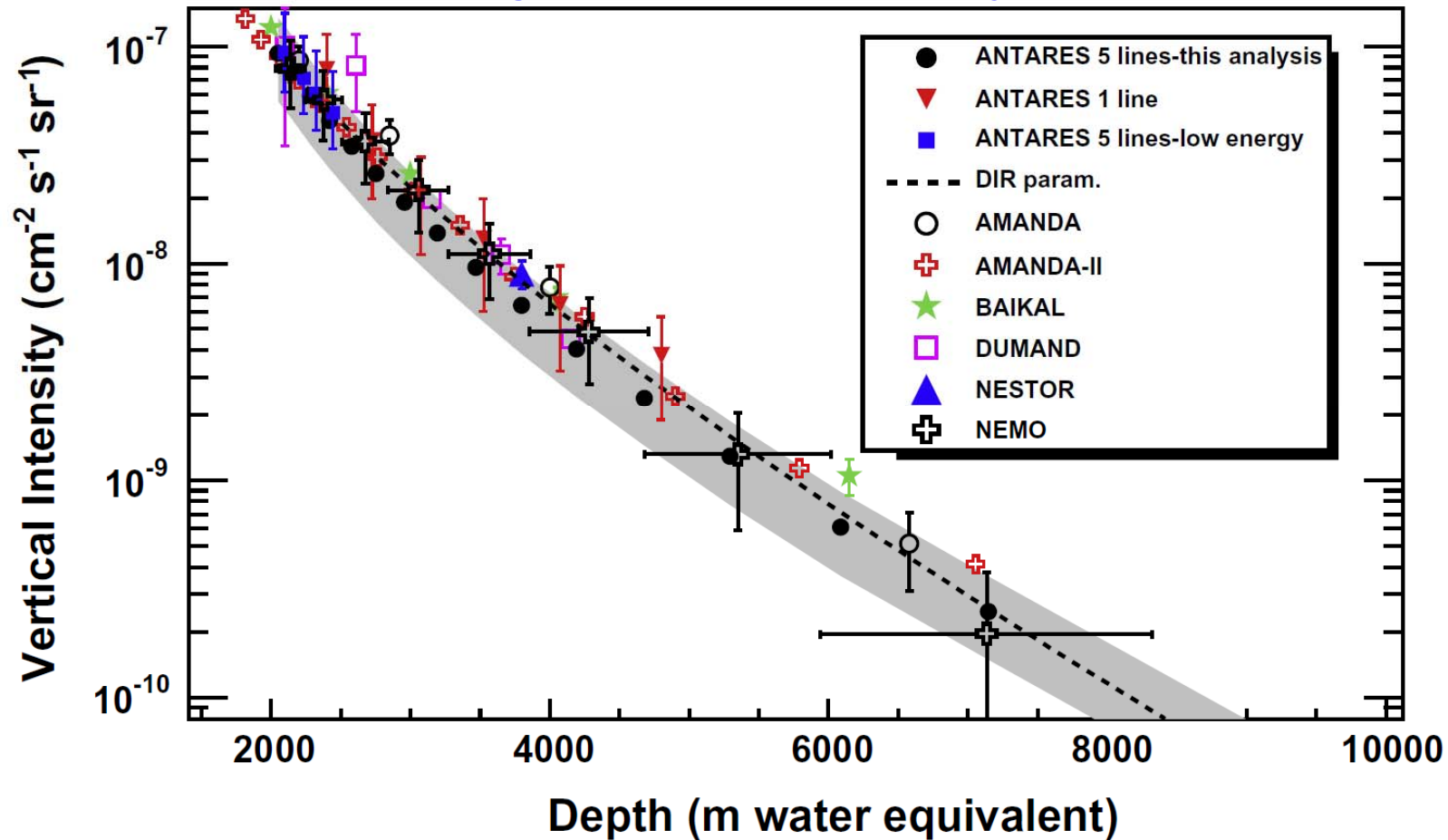
# Кривая поглощения мюонов КЛ в воде

T. Eberl, Prog. Part. Nucl. Phys. [66 \(2011\) 457–462](#)



Vertical flux of atmospheric muons as a function of the equivalent slant depth, measured with 5 lines of the ANTARES detector during the construction phase.





• Fig. 5. Vertical muon flux of atmospheric muons for the 5-line ANTARES data (black points) as a function of the slant depth. Downward triangles show the results from line 1 data [2]. Full squares show the results obtained with a new method and a low muon energy event selection [3]. Expectation from Bugaev parametrization (dotted line) is superimposed [14]. A compilation of results obtained with other underwater detectors is shown: AMANDA [26], AMANDA-II [27] Baikal [28], DUMAND [29], NESTOR [30], and NEMO [31]. С. Синеговский\_2018



S. Aiello et al.

Measurement of the atmospheric muon depth intensity relation with the NEMO Phase-2 tower.

[Astropart. Phys. 66 \(2015\) 1-7](#)

(arXiv:1412.0849v2)

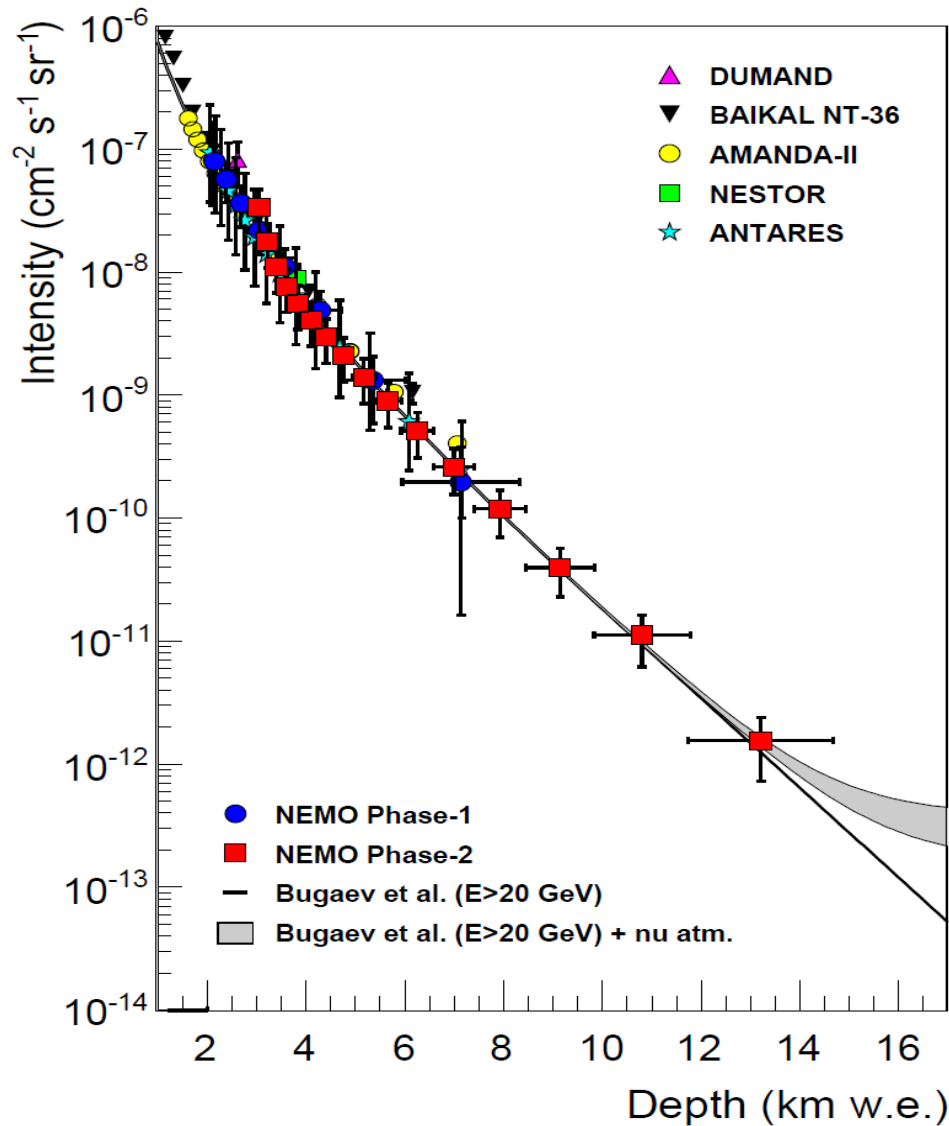


Figure 11: Vertical muon intensity, versus depth measured using data acquired with the NEMO Phase-2 tower. For comparison, results from other experiments are quoted.

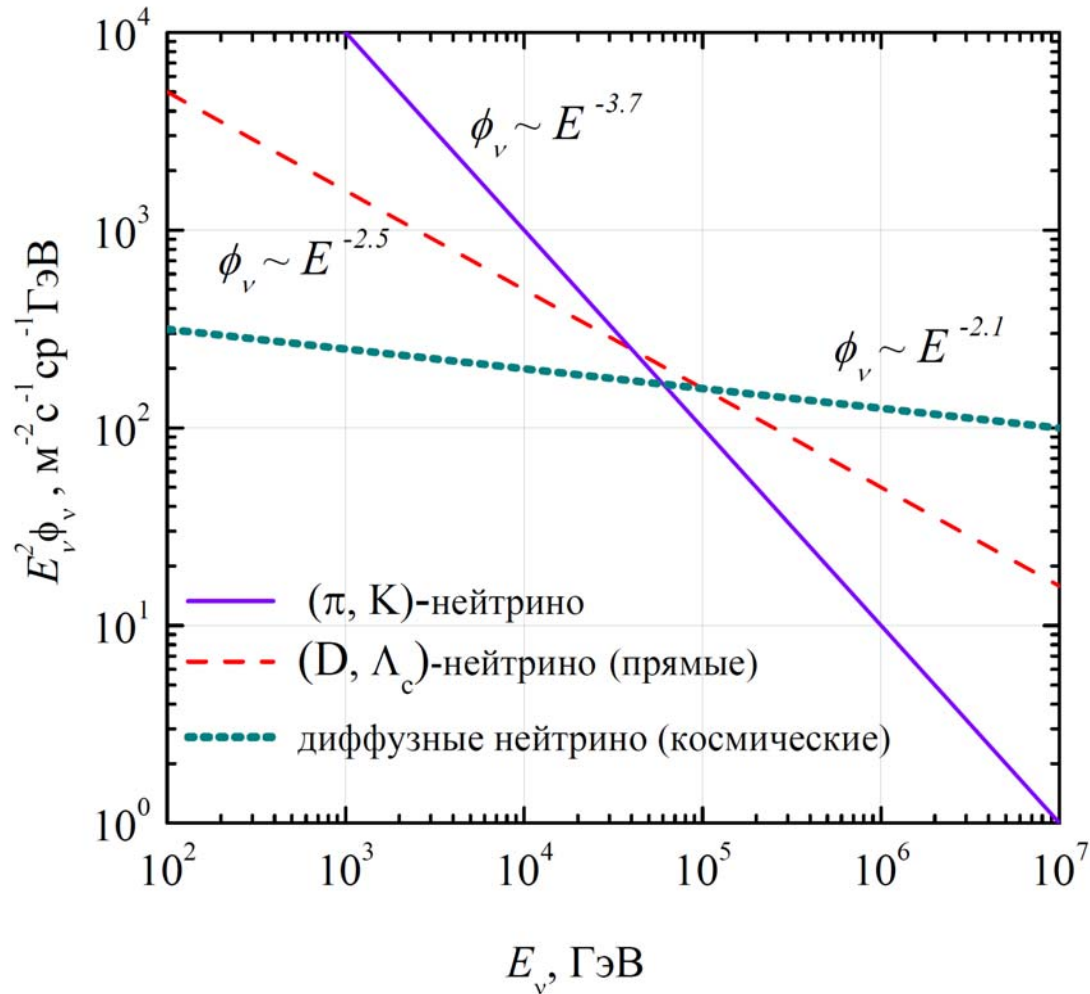
The solid line is the prediction of Bugaev et al. [31] (Phys. Rev. D 58 (1998) 054001)

The shaded area at large depths includes atmospheric neutrino-induced muons.

## Детектирование HE-, UHE- нейтрино

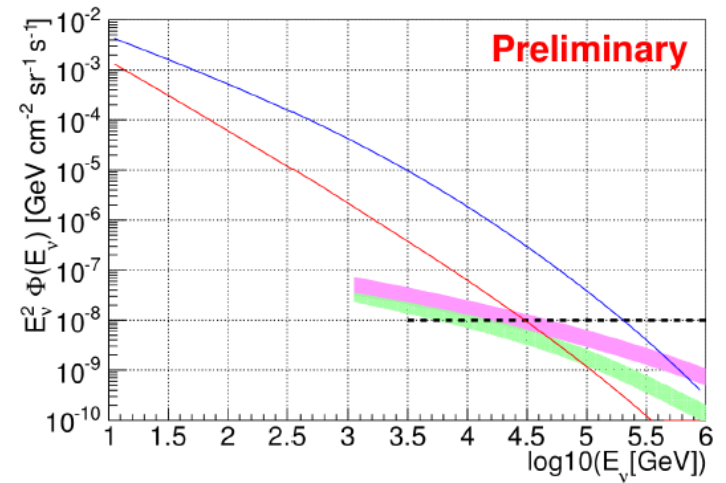
- ✓ Спектр нейтрино от космических ускорителей (AGN, GRB) при энергиях выше 1 ТэВ ожидается более жестким по сравнению с атмосферными нейтрино, что позволяет надеяться на приемлемое соотношение сигнал-фон.
- ✓ Поскольку сечения взаимодействия нейтрино с нуклонами и пробег мюонов увеличиваются с ростом энергии, возрастает и эффективный объем установки для регистрации мюонных нейтрино.

# Энергетические спектры атмосферных и астрофизических нейтрино (иллюстрация)



$$\phi_\nu \propto \phi_\pi w_d \propto E^{-(\gamma+1)} \cdot \frac{1}{1 + E / E_f^{cr}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E^{-(\gamma+1)}, & E \ll E_f^{cr} \\ E^{-(\gamma+2)}, & E \gg E_f^{cr} \end{cases}$$



# Пробег нейтрино до взаимодействия с нуклоном

Длина свободного пробега нейтрино в воде (льду):

$$\lambda_\nu = 1/(n_N \sigma_{\nu N}) = m_N / (\rho \sigma_{\nu N}) \quad (\text{см}) \quad \text{или} \quad l_\nu = \lambda_\nu \rho = m_N / (\sigma_{\nu N}) \quad (\text{гсм}^{-2})$$

$$\sigma_{\nu_\mu N}^{CC}(E_{\nu_\mu}) = 0.7 \cdot 10^{-38} (E_{\nu_\mu} / 1 \text{ ГэВ}) \text{ см}^2 \quad \text{для} \quad E_{\nu_\mu} \leq 10^5 \text{ ГэВ}$$

$$\sigma_{\nu_\mu N}^{CC} = 2.69 \cdot 10^{-36} (E_{\nu_\mu} / 1 \text{ ГэВ})^{0.402} \text{ см}^2, \quad E_{\nu_\mu} > 10^5 \text{ ГэВ}$$

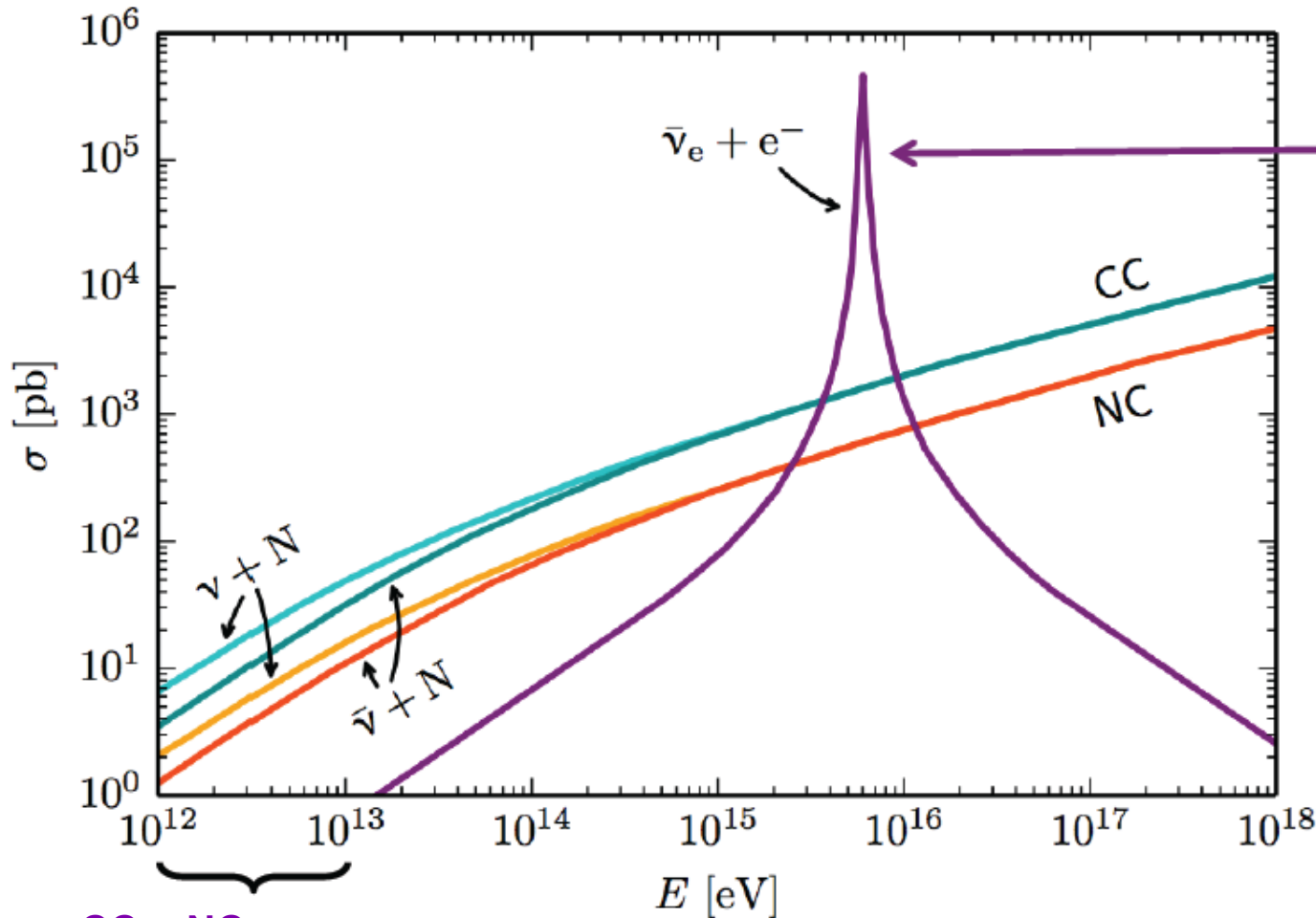
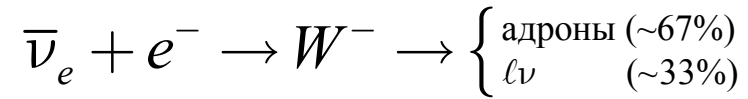
$$\sigma_{\nu_\mu N}^{NC}(E_{\nu_\mu}) = 1.06 \cdot 10^{-36} (E_{\nu_\mu} / 1 \text{ ГэВ})^{0.408} \text{ см}^2, \quad E_{\nu_\mu} \leq 10^5 \text{ ГэВ}$$

$$\sigma_{\bar{\nu}_\mu N}^{CC} = 2.53 \cdot 10^{-36} (E_{\bar{\nu}_\mu} / 1 \text{ ГэВ})^{0.404} \text{ см}^2, \quad E_{\bar{\nu}_\mu} > 10^5 \text{ ГэВ}$$

$$\sigma_{\bar{\nu}_\mu N}^{NC} = 0.98 \cdot 10^{-36} (E_{\bar{\nu}_\mu} / 1 \text{ ГэВ})^{0.410} \text{ см}^2, \quad E_{\bar{\nu}_\mu} > 10^5 \text{ ГэВ}$$

**Длина свободного пробега в воде нейтрино с  $E = 100$  ТэВ? В грунте?  
При каких энергиях нужно учитывать поглощение (регенерацию)  
нейтрино при прохождении сквозь Землю?**

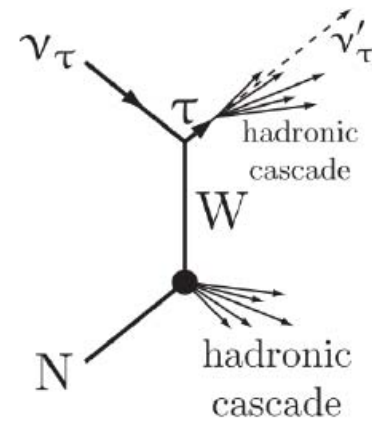
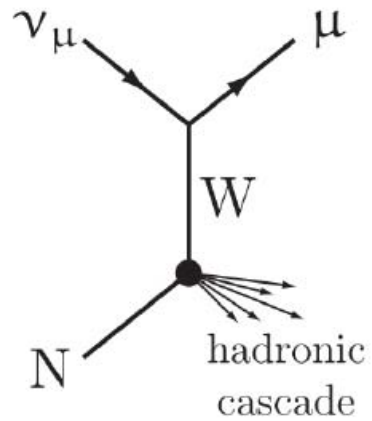
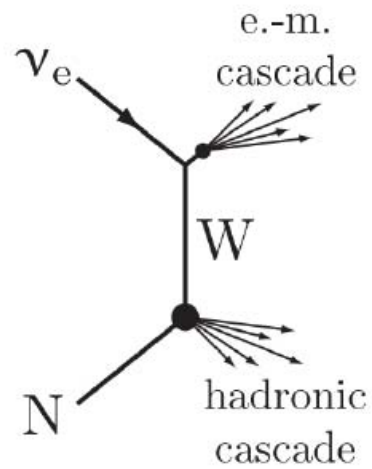
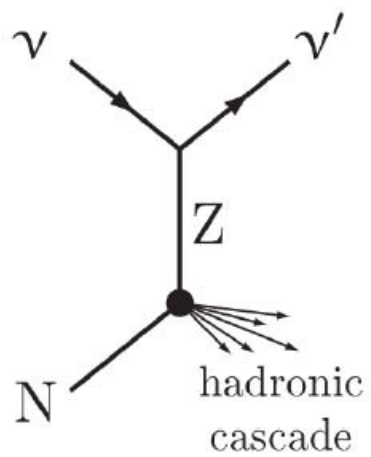
# Резонанс Глэшоу:



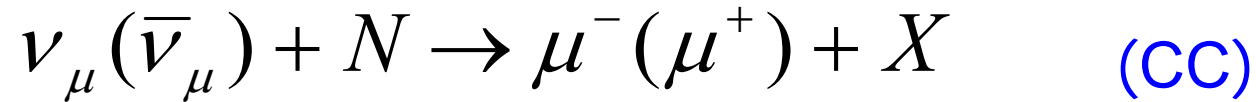
возникает когда  
СЦМ энергия  
столкновения  
становится равной  
массе W-бозона  
(80.385 ГэВ); для  
неподвижных  
электронов это  
возможно при  
энергии нейтрино  
 $6.3 \times 10^{15}$  eV

СС и NC сечения  
растут линейно с  
ростом энергии

подавляются пропагатором W



# Регистрация мюонных нейтрино



$$\sigma_{\nu N}(E_{\nu}) = \begin{cases} 0.7 \cdot 10^{-38} \frac{E_{\nu}}{1 \text{ GeV}} \text{ см}^2, & E_{\nu} < 10^5 \text{ ГэВ} \\ 3 \cdot 10^{-36} \left( \frac{E_{\nu}}{1 \text{ GeV}} \right)^{0.4} \text{ см}^2, & E_{\nu} > 10^5 \text{ ГэВ} \end{cases}$$

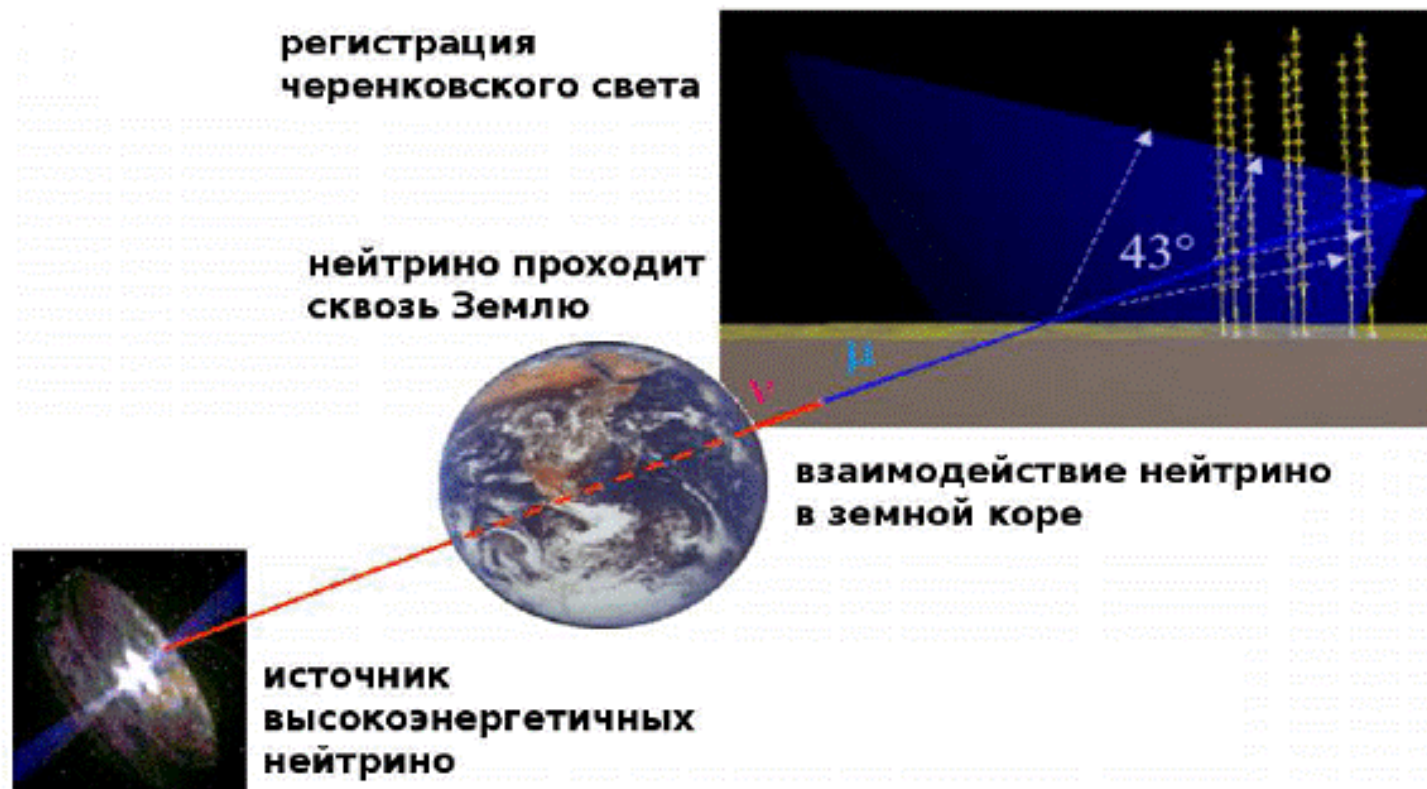
$$\lambda_{\nu}(100 \text{ ТэВ}) = \left( n_N \sigma_{\nu N} \right)^{-1} \Big|_{\text{вода}} = 2.4 \cdot 10^4 \text{ км}$$

# Принципы детектирования нейтрино в глубоководных нейтринных телескопах

NT200+ (Байкал), IceCube (Южный Полюс)

ANTARES, NEMO, Km<sup>3</sup>NeT (Средиземное море)

Черенковское излучение в воде распространяется  
под углом к треку мюона





**Таблица.** Черенковские детекторы нейтрино высоких энергий в естественных средах: в воде и антарктическом льду. Значения эффективных массдетекторов приведены для событий с энергией 100 ТэВ

Детектор*	Оптические модули	Эффективная масса, Мт	Глубина, м	Годы создания	Состояние
"Байкал"	230	10	1100–1300	1993–1998	Действующий
AMANDA	677	15	1350–1850	1994–2000	Закрыт (2009 г.)
ANTARES	900	10	2050–2400	2002–2008	Действующий
IceCube	<b>5160</b> 00	10	1350–2250	2005–2011	Действующий
KM3NeT (NEMO)	≈ 10000	≈ 1000	2300–3300	≈ 2017	В стадии разработки
KM3NeT (NESTOR)	≈ 10000	≈ 1000	2000–4000		
KM3NeT (ANTARES)	≈ 10000	≈ 1000	1400–2400		
"Байкал-НТ-1000"	≈ 2500	600–800	800–1300	≈ 2018	В стадии разработки
* AMANDA — Antarctic Muon And Neutrino Detector Array, ANTARES — Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch, KM3NeT — KM3 Neutrino Telescope, NEMO — NEutrino Mediterranean Observatory, NESTOR — Neutrino Extended Submarine Telescope with Oceanographic Research.					

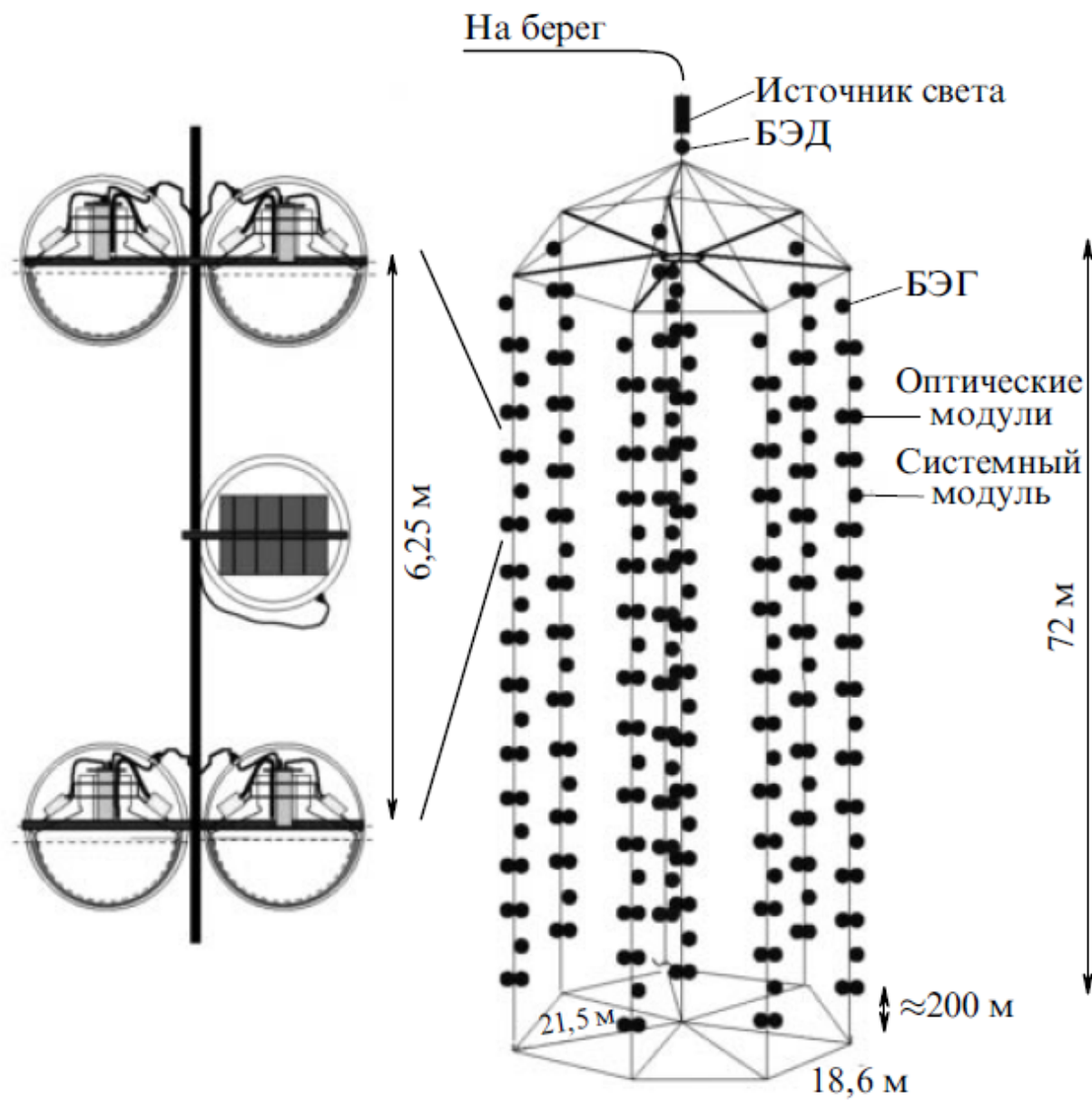
**Г.В.Домогацкий, УФН 2011. Т. 181,№ 9. С 984]**

## Comparison of different detector media

Property	Lake Baikal	Mediterranean (ANTARES)	Antarctic Ice
Absorption length (m)	22	60	100
Effective Scattering (m)	480	265	25
Depth	1370	2475	2450
Noise	Quiet	$^{40}\text{K}$ , bioluminescence	Quiet
Retrieve/redeploy	Yes	Yes	No

Long scattering length for ANTARES implies better angular resolution; long absorption length for IceCube allows sparser instrumentation. Smaller depth implies larger atmospheric muon background.

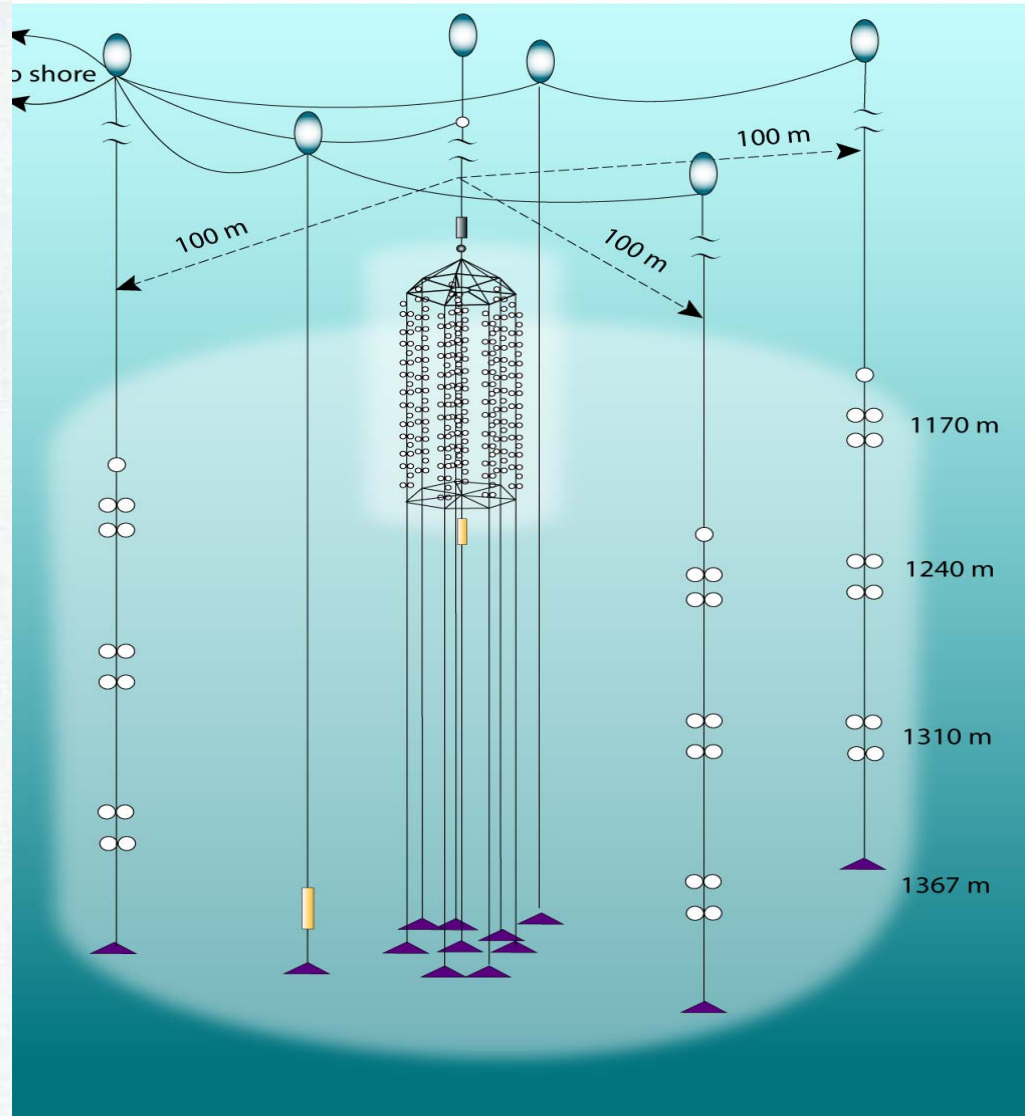
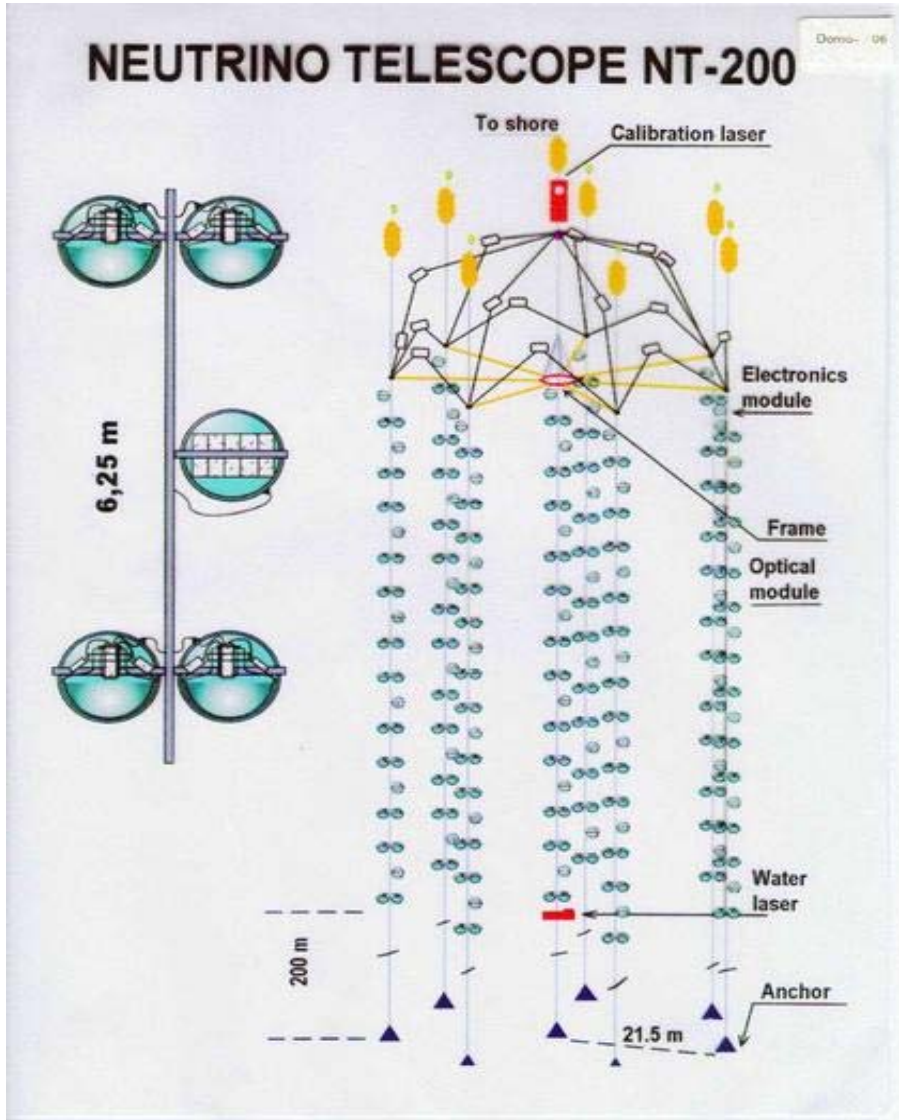
# HT200



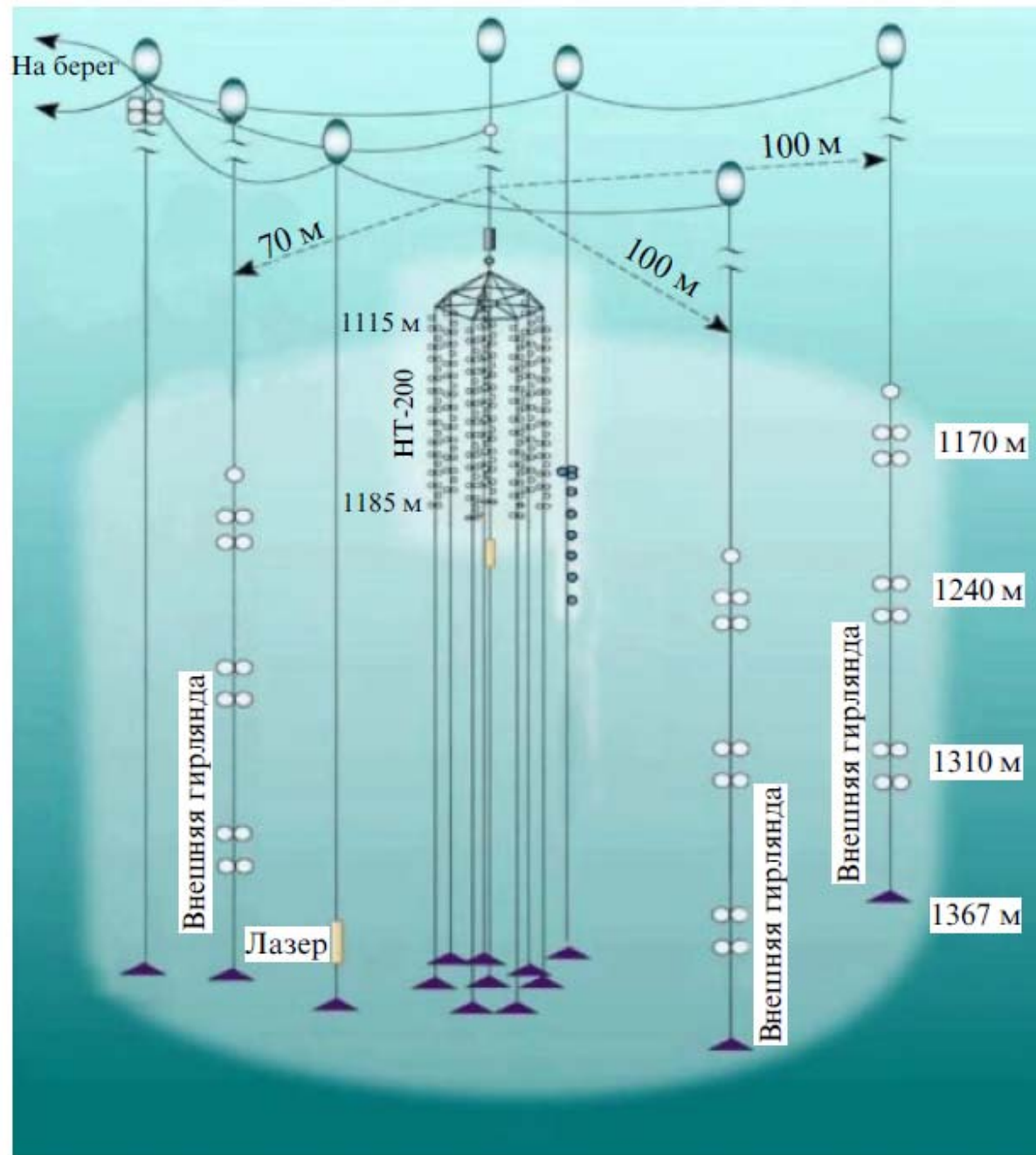
NT200



NT200+

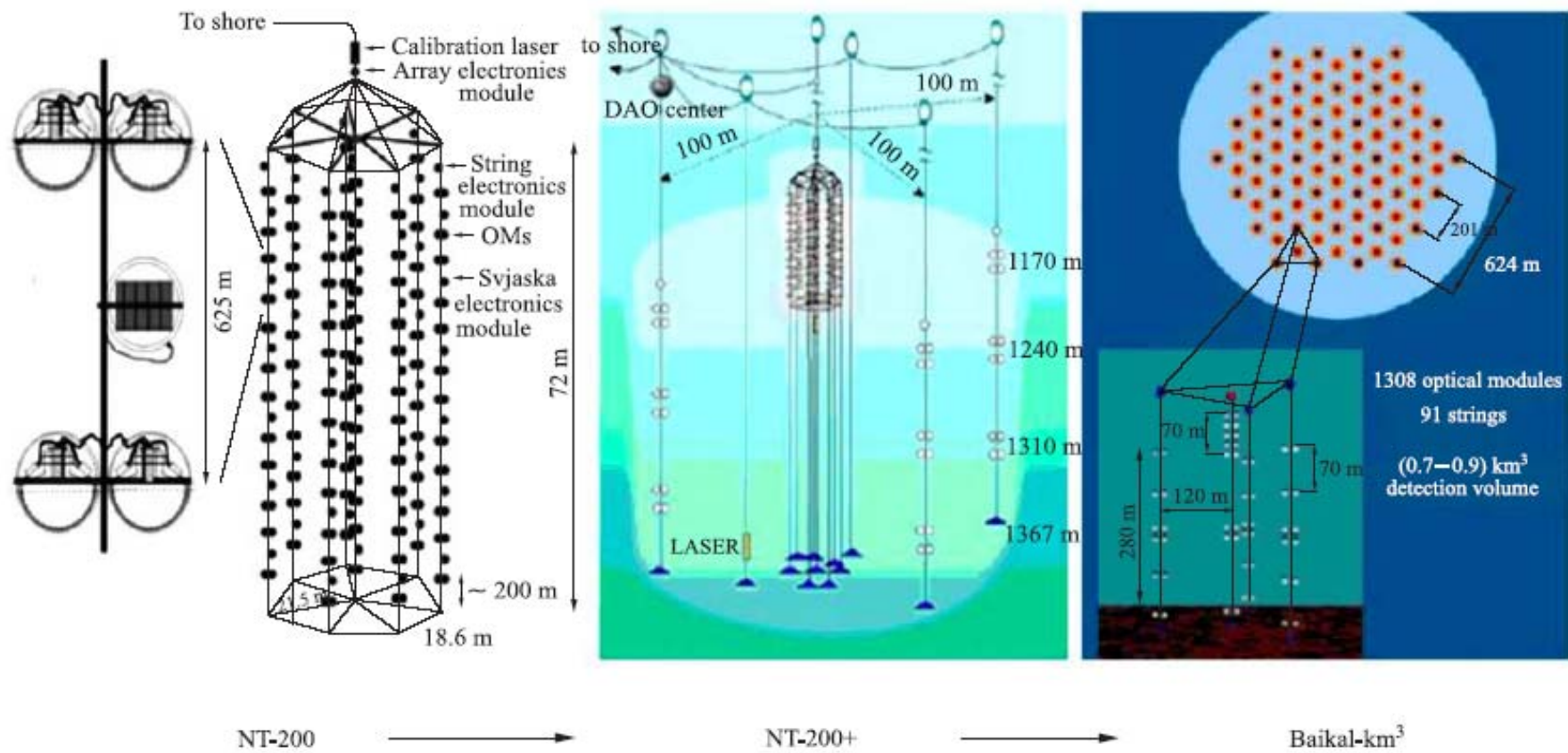


# HT200+



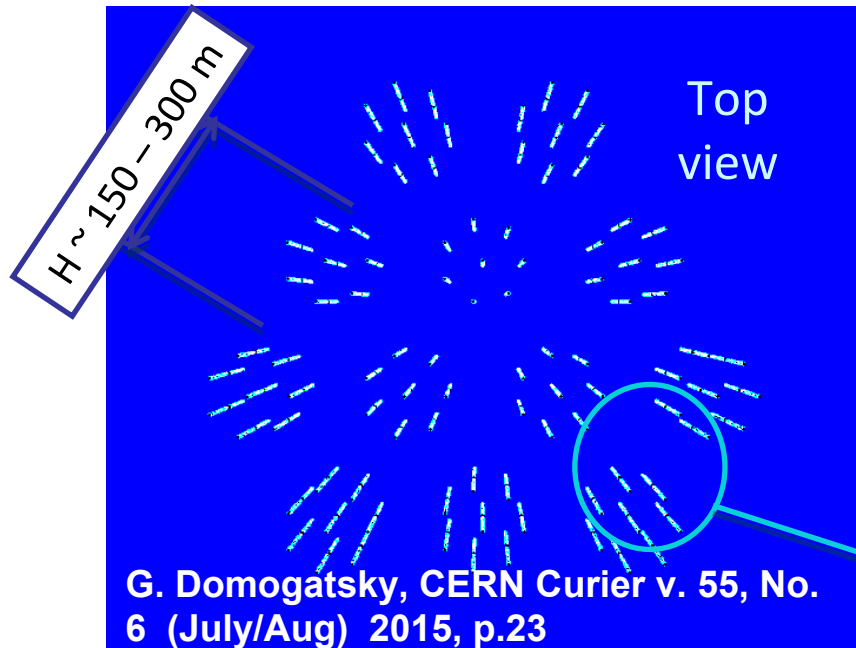


# От NT200 до GVD

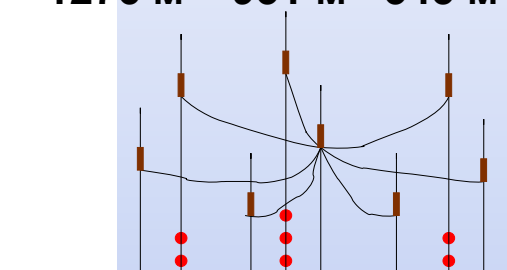


# Gigaton Volume Detector in Lake Baikal

## BAIKAL-GVD, "Dubna" cluster



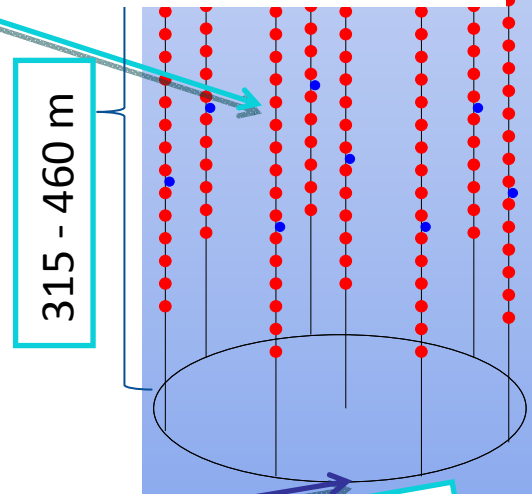
1276 м – 931 м = 345 м – длина стринга,



Stage 1: volume ~ 0.4 km<sup>3</sup> by 2020

Stage 2: volume ~ 1.5 km<sup>3</sup>

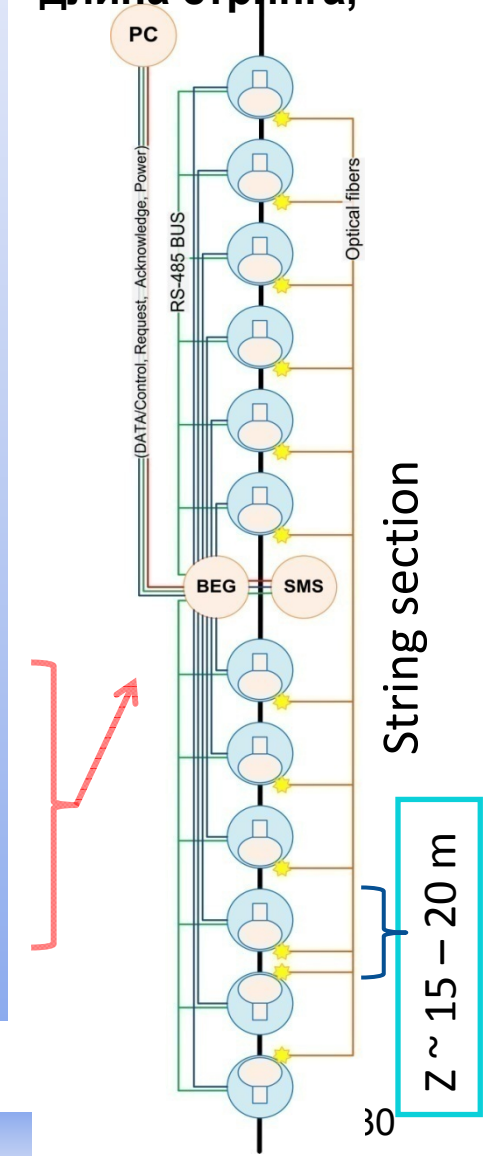
- > 27 кластеров с 8 стрингов каждый
- > Высота 700 м (глубина 600 м – 1300 м)
- > 48 ОМ на стринг



315 - 460 м

R ~ 60 - 100 м

Cluster of strings



String section

Z ~ 15 - 20 м

- 12 кластеров из 8 стрингов (гирлянд) =
- 96 стрингов по 24 ОМ =
- 2304 ОМ весь детектор

МС оптимальные параметры:  
H = 345 м, R = 40 м, Z ~ 15 - 20 м

К 2020 году  $V \approx 0.5 \text{ км}^3$

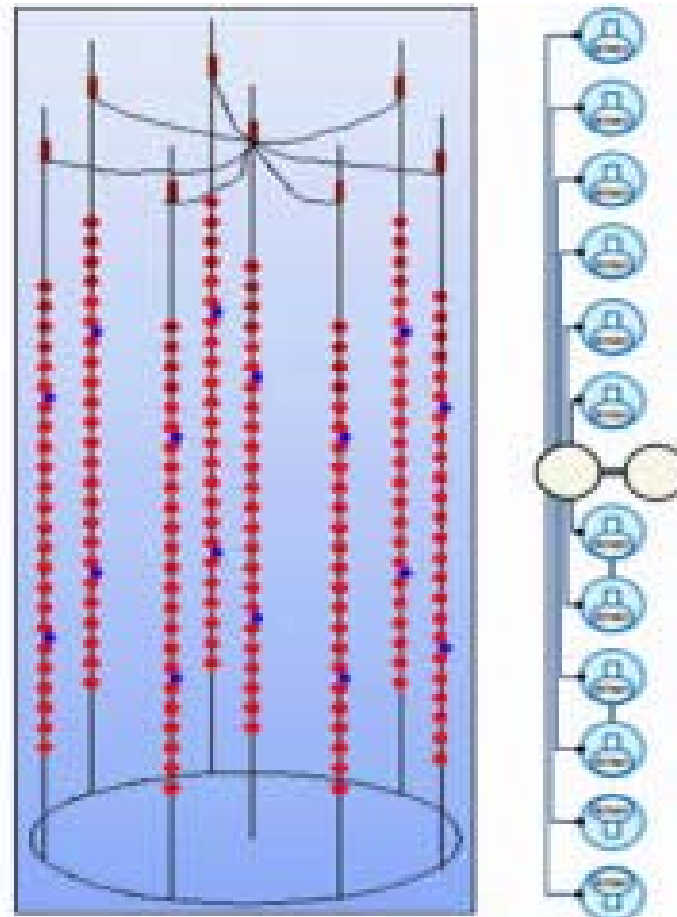
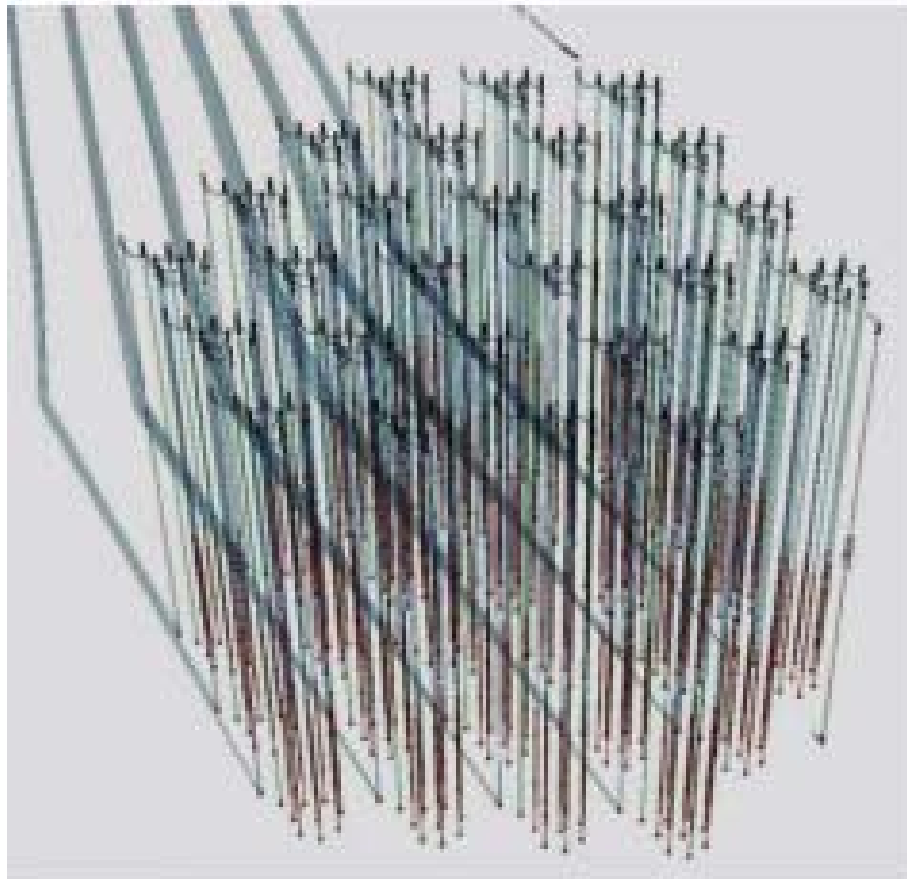
27 кластеров  $\rightarrow V \approx 1.5 \text{ км}^3$

Адронный каскад

С. Синеговский

# Baikal-GVD

УФН 2015, Т. 185, № 5. С. 531-538



Схематическое изображение нейтринного телескопа Baikal-GVD (а) и кластера телескопа (б). В правой части рис. б показана одна секция кластера.



# Базовая конфигурация



Первый кластер Baikal GVD

2015

## Параметры VAIKAL-GVD нейтринного телескопа

Базовая конфигурация телескопа обеспечивает эффективный объём для регистрации ливней порядка  $0,2 - 0,7 \text{ км}^3$  в интервале энергий  $10^5 - 10^9 \text{ ГэВ}$  и эффективную площадь для регистрации мюонов около  $0,2 - 0,5 \text{ км}^2$  в диапазоне энергий  $10^4 - 10^6 \text{ ГэВ}$ . Точность восстановления направлений мюонов составляет  $0,4^\circ - 0,6^\circ$ , а направлений ливней —  $5^\circ - 7^\circ$ . Относительная точность восстановления энергии ливня  $20 - 35 \%$ .

Первая фаза строительства Baikal-GVD должна завершиться в 2020 г. установкой 12 кластеров с 2304 ОМ, расположенных на расстоянии 300 м друг от друга. Инструментальный объём установки составит  $0,4 \text{ км}^3$ . Физически просматриваемый объём зависит от энергии нейтрино и возрастает с увеличением его энергии, как показано на рис. 15б. Ко времени своего полного завершения установка должна будет обнаружить уже 27 событий взаимодействия астрофизических нейтрино с энергиями выше 100 ТэВ.

Ожидаемая точность реконструкции направления составит  $3,5^\circ - 5,5^\circ$  для нейтринных взаимодействий, порождающих каскады, и  $0,25^\circ$  для трека мюона.

Коллаборация Baikal-GVD планирует дальнейшее увеличение размера установки до инструментального объёма  $1,5 \text{ км}^3$ . Такая установка будет содержать 27 кластеров, по четыре секции в каждом. Общее число ОМ составит 10368. Общий вид установки приведён на рис. 15в.

## Оптический модуль



Оптический модуль

ФЭУ Hamamatsu R7081-100

Характеристика	Значение
Область спектральной чувствительности, нм	300–650
Квантовая эффективность фотокатода (в максимуме), %	35
Максимальное напряжение, обеспечивающее усиление $10^7$ , В	2000
Уровень собственных шумов (на 25 °С), Гц	8000
Разброс времен пролета фотоэлектронов в камере ФЭУ (FWHM), нс	3,4
Отношение пик–долина	2,8
Область линейности (при 2 %-м отклонении), мА	40



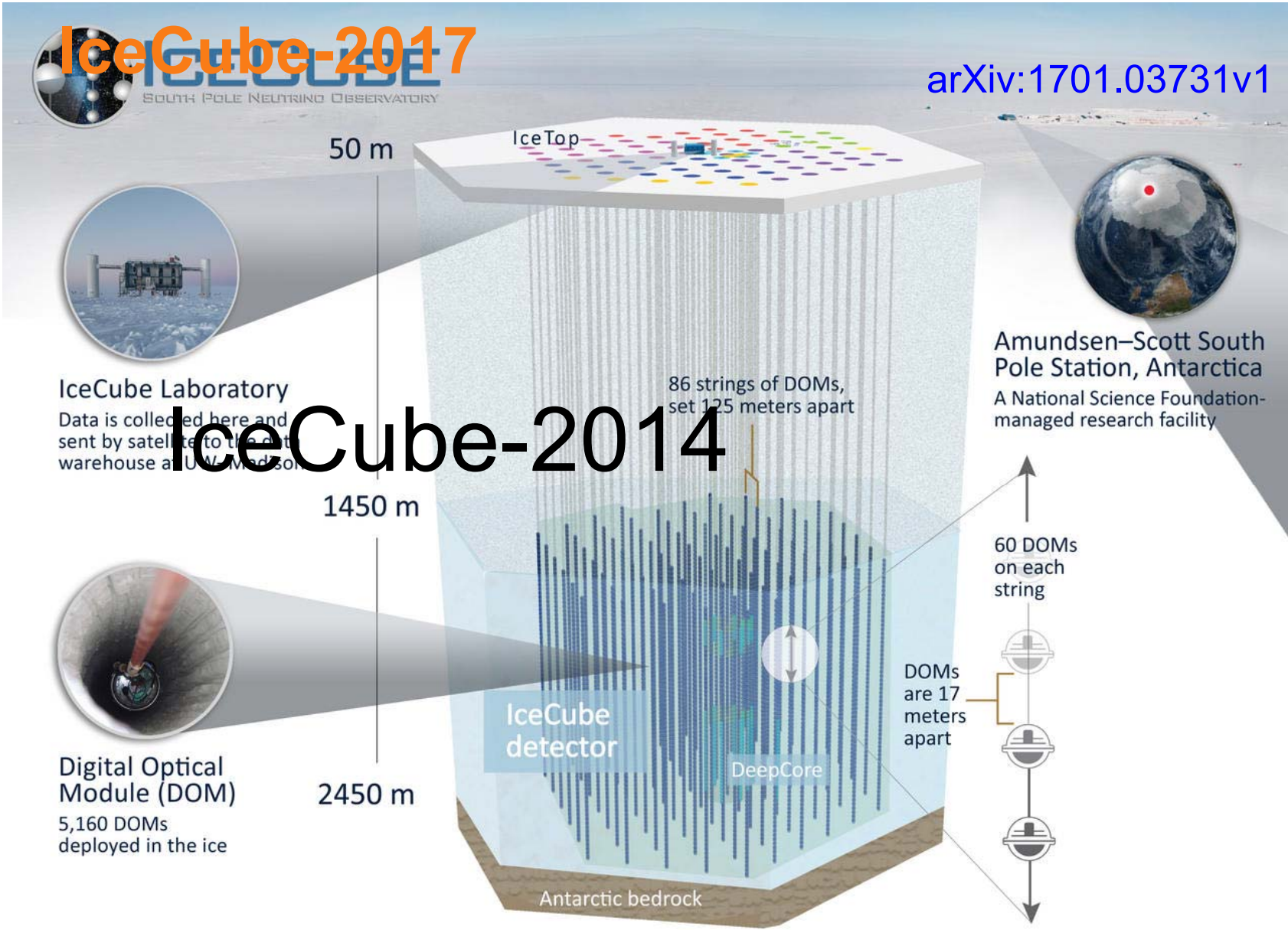
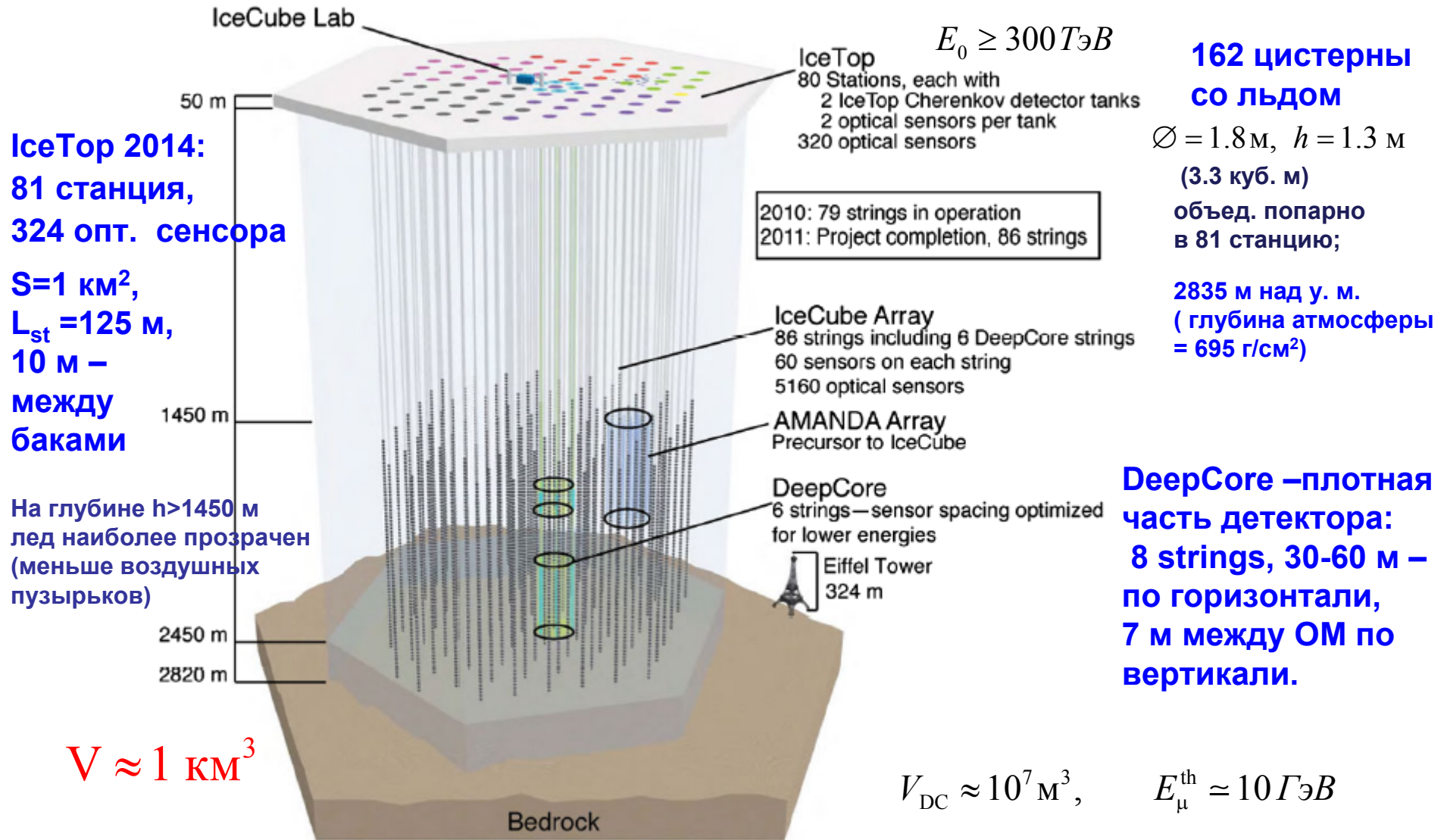


Figure 2: The IceCube Neutrino Observatory is composed of the IceCube array, the surface array IceTop, and the low-energy sub-array called DeepCore.

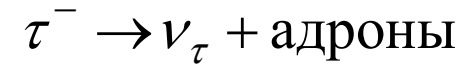
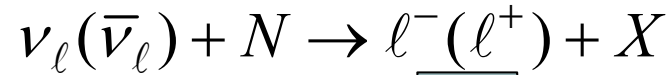
# IceCube detector

2014: 86 strings, 5160 opt. sensors

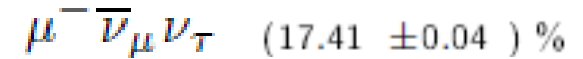
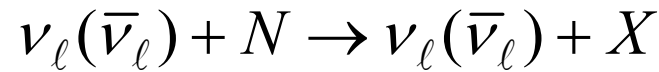


# Регистрация нейтрино высоких энергий

(CC)



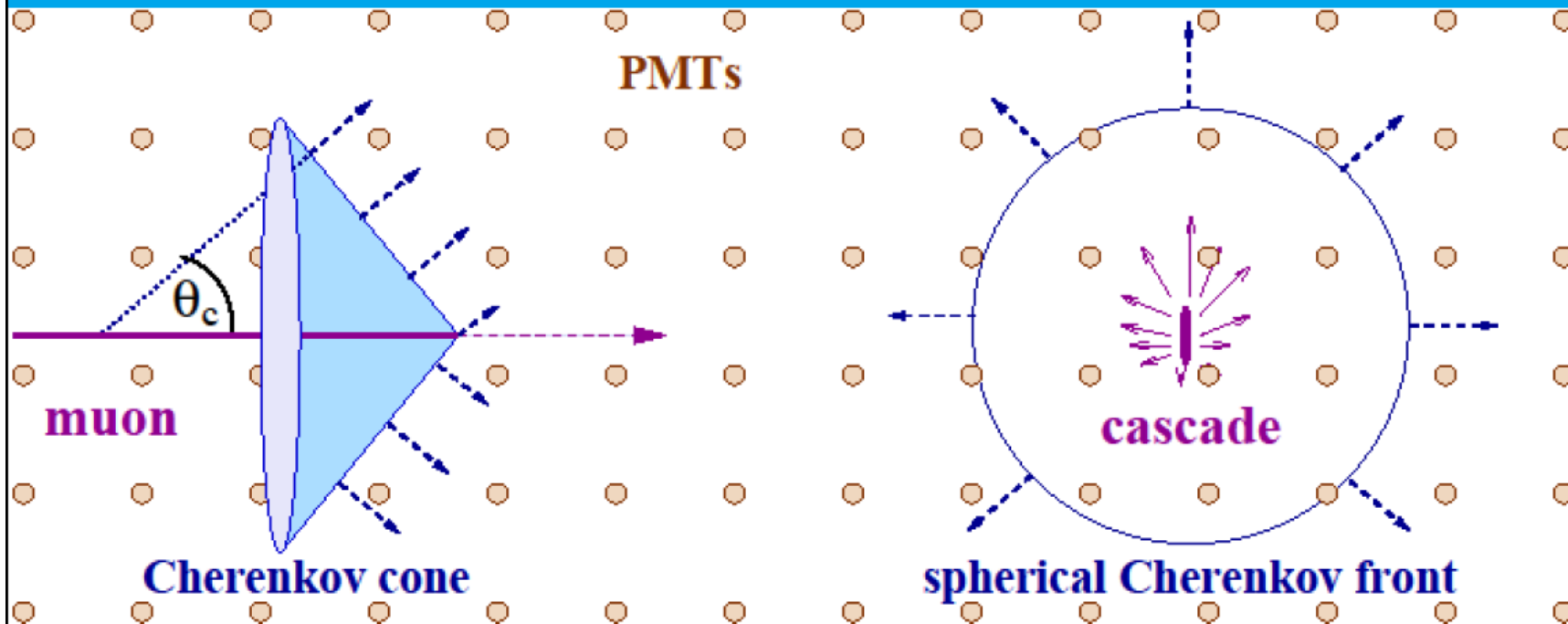
(NC)



$$\sigma_{\nu N}(E_\nu) = \begin{cases} 0.7 \cdot 10^{-38} \frac{E_\nu}{1 \text{ GeV}} \text{ см}^2, & E_\nu < 10^5 \text{ ГэВ} \\ 3 \cdot 10^{-36} \left( \frac{E_\nu}{1 \text{ GeV}} \right)^{0.4} \text{ см}^2, & E_\nu > 10^5 \text{ ГэВ} \end{cases}$$

$$\lambda_\nu(100 \text{ ТэВ}) = (n_N \sigma_{\nu N})^{-1} \Big|_{\text{вода}} = 2.4 \cdot 10^4 \text{ км}$$

# Detection Modes

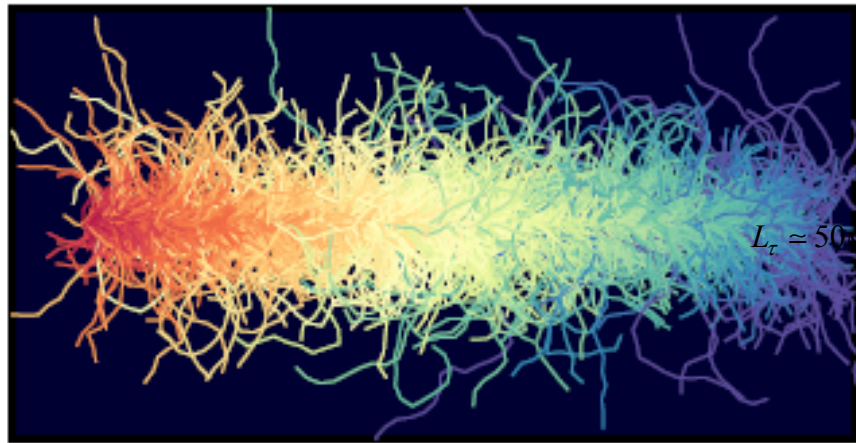


- Muon track from CC muon neutrino interactions
  - Angular resolution  $0.1^\circ - 0.5^\circ$
  - Energy resolution from  $dE/dx$ : factor 2-3
- Cascade from CC electron and NC all flavor interactions
  - Angular resolution  $2^\circ - 15^\circ$
  - Energy resolution  $\sim 15\%$

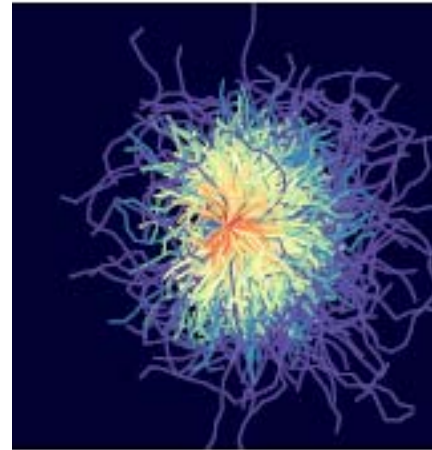


# Три типа нейтринных событий в эксперименте IceCube

## Моделирование распространения черенковского света



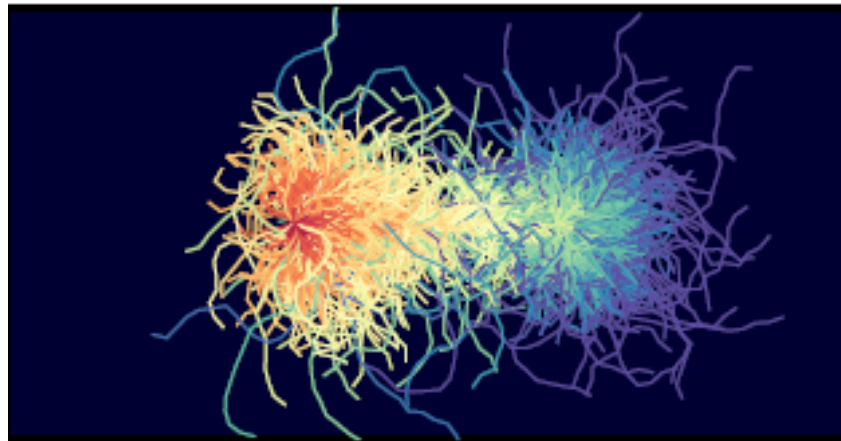
Track-like" events from muons produced in CC interactions of  $\nu_\mu$



### Shower-like" events :

НС-взаимодействия всех типов нейтрино; СС -  $\nu_e$  (все энергии) и  $\nu_\tau$  (при  $E < 100 \text{ TeV}$ )

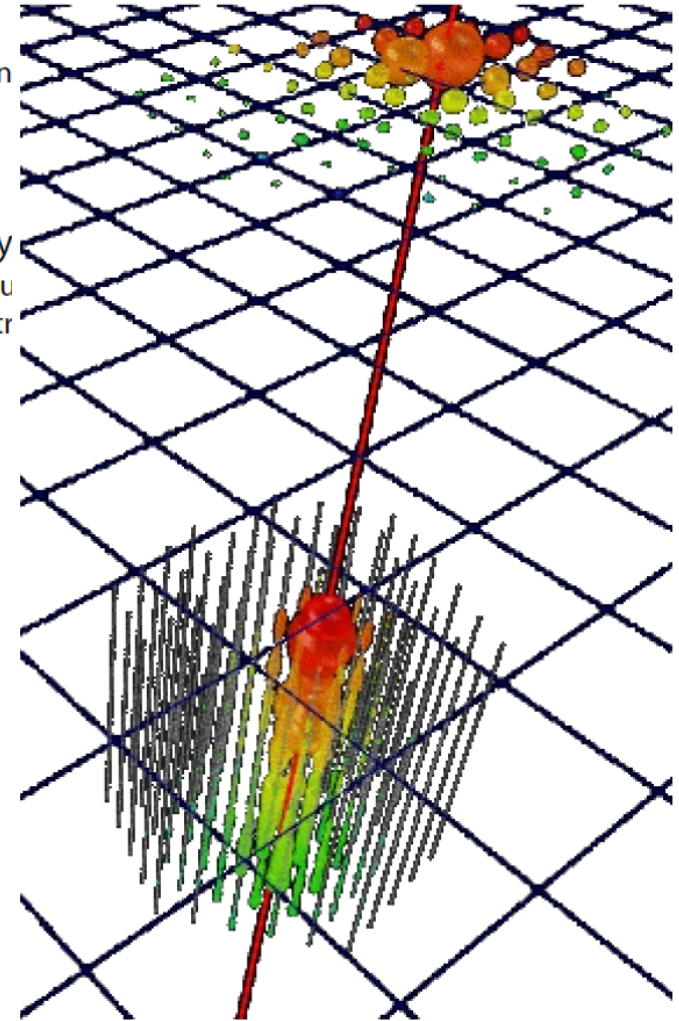
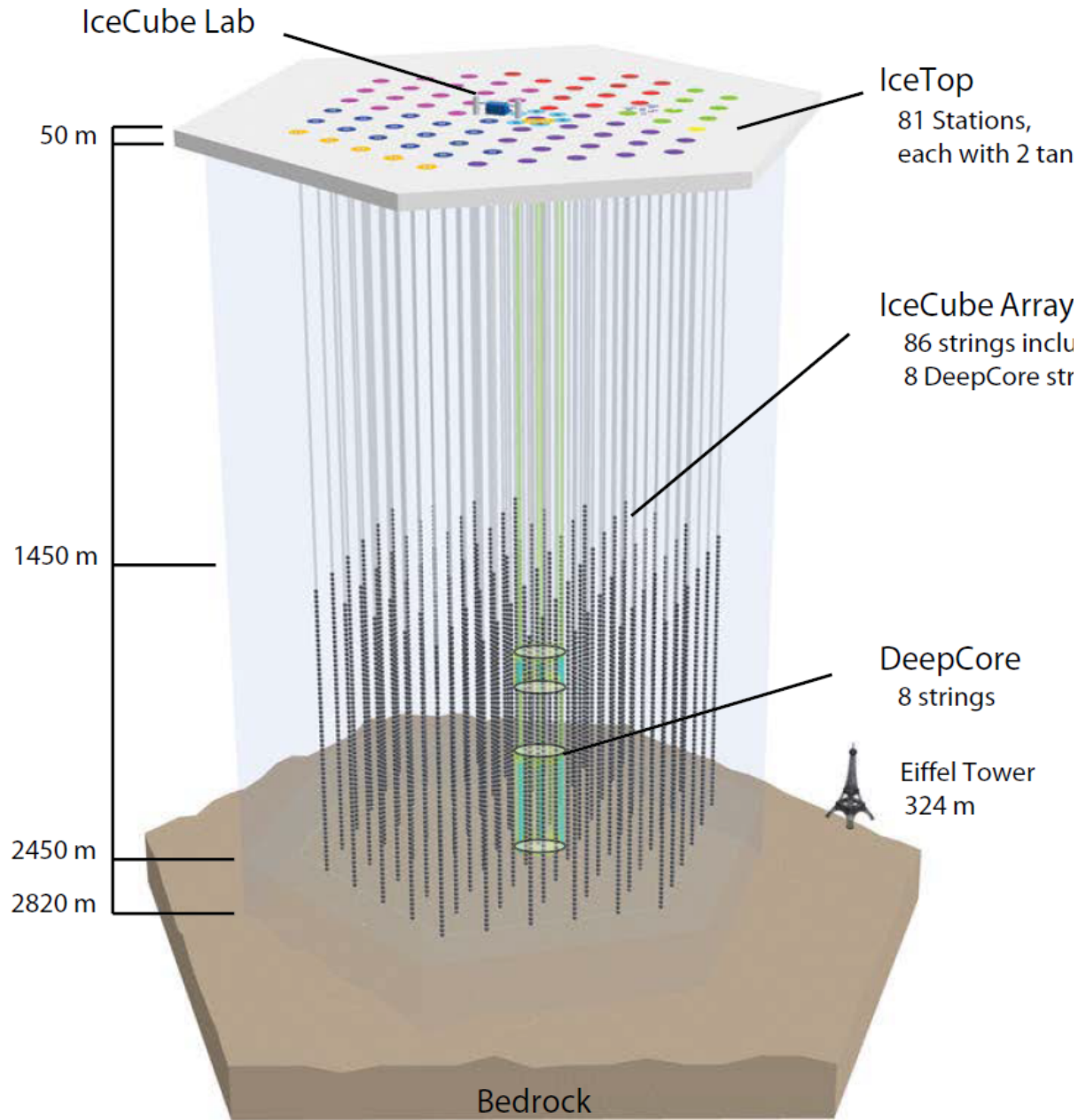
IceCube, 1701.03731



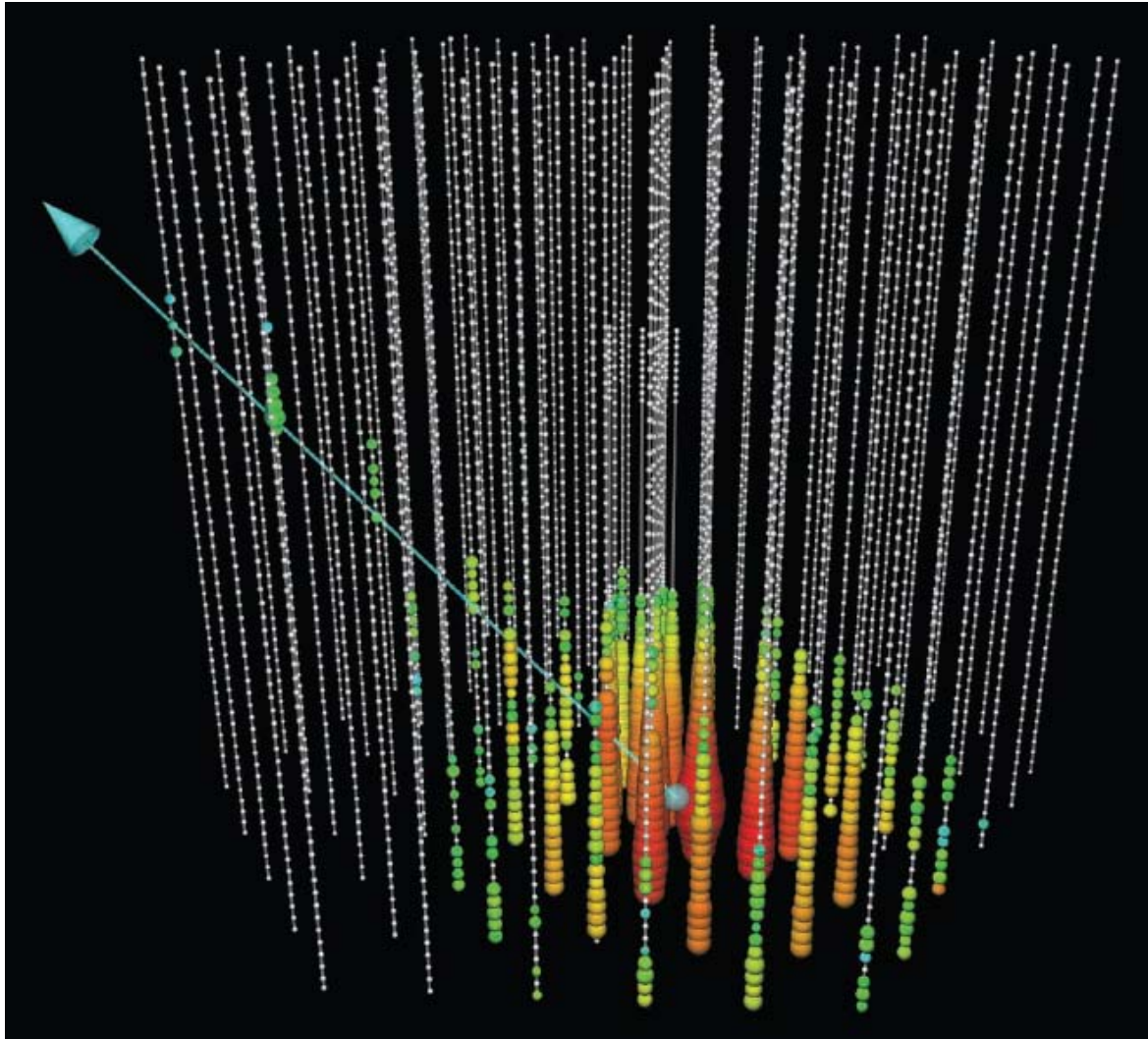
Специфическая сигнатура: двойной толчок ("double-bang" events) [NIMA 711(2013) 73].

Адронный ливень в вершине и 2-й – от распада тау – разделяются, если пробег тау больше нескольких десятков метров:

$$\Gamma_{\text{CS}} \tau_\tau \Big|_{E_\tau = 1 \text{ ПэВ}} \approx 50 \text{ м}$$



# Evidence for High-Energy Extraterrestrial Neutrinos at the IceCube Detector



Событие в детекторе IceCube от нейтрино с  $E=250$  ТэВ. От точки нейтринного СС-взаимодействия развивается большой ливень с мюоном. Направление движения мюона указывает направление нейтрино

[Science 342, (2013) (IceCube Collaboration)].



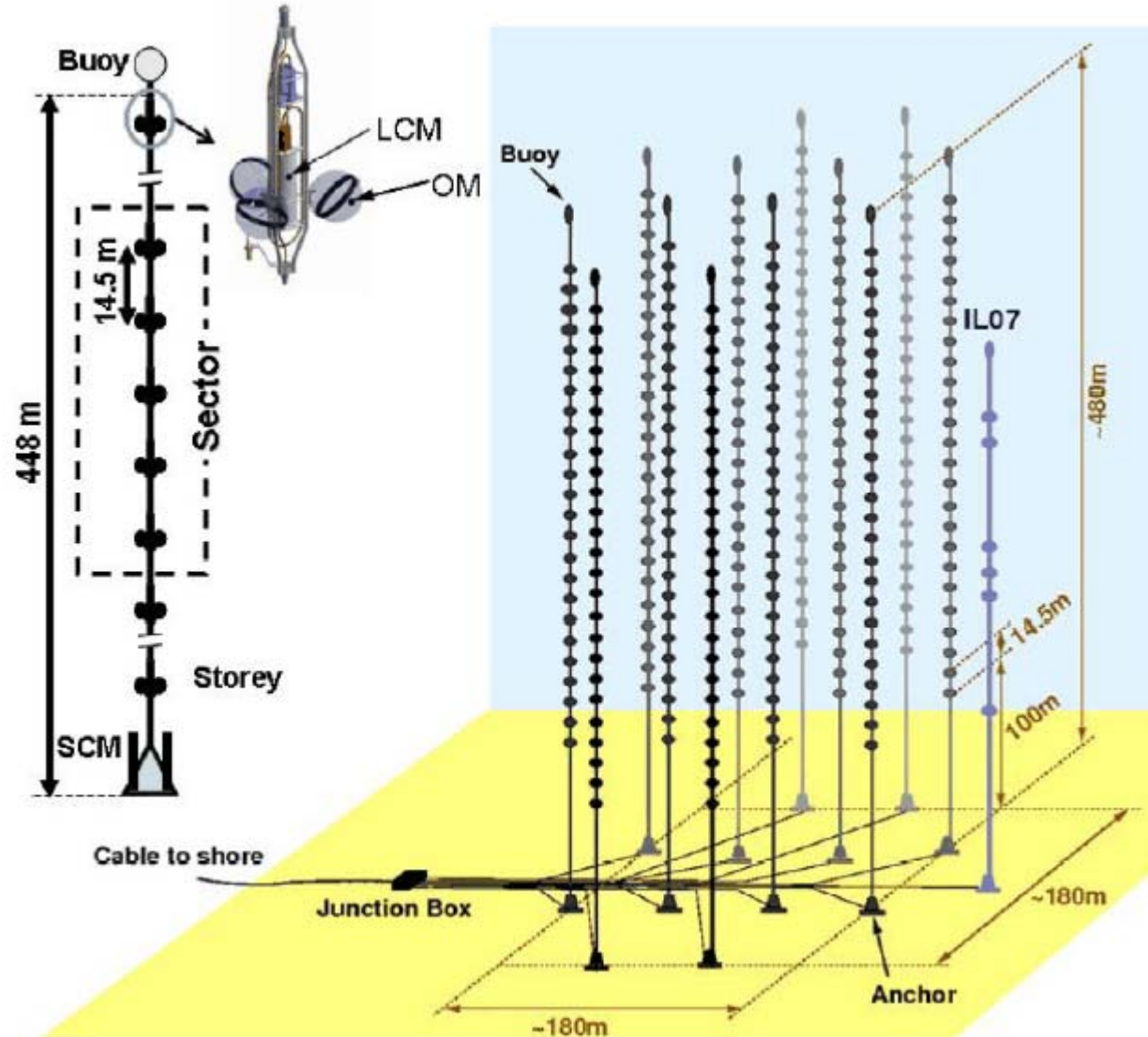
# ANTARES

Eur. Phys. J. C 73 (2013) 2606; arXiv:1308.1599v1; 1311.7002v1

Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss enviromental RESearch

885 опт. модулей

$V \approx 0.02 \text{ км}^3$



Адронный каскад

# ANTARES

Astronomy with  
Neutrino  
Telescope and  
Abyss environmental  
RESearch

Средиземное море, глубина 2475 м,  
40 км от Тулона

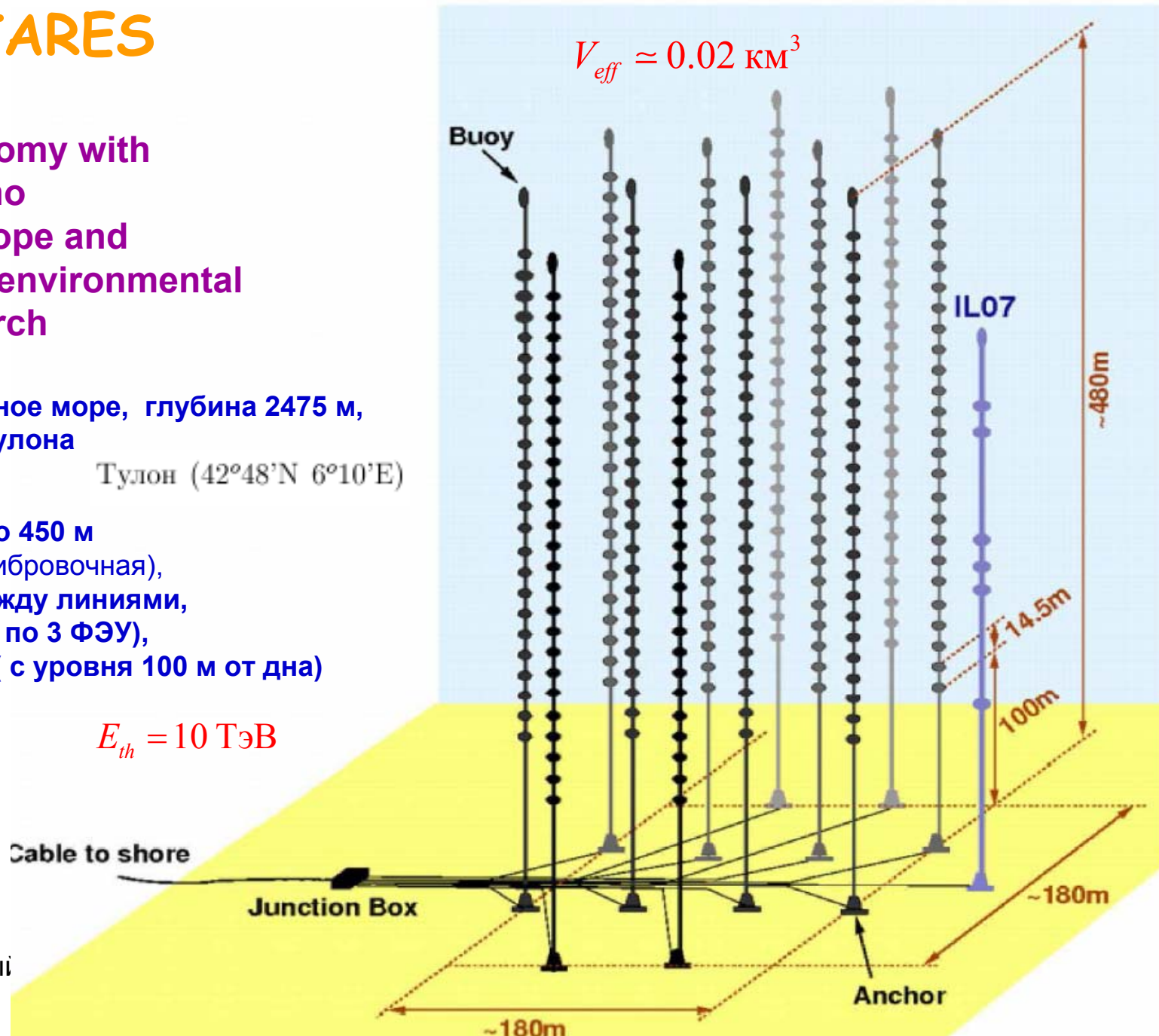
Тулон (42°48'N 6°10'E)

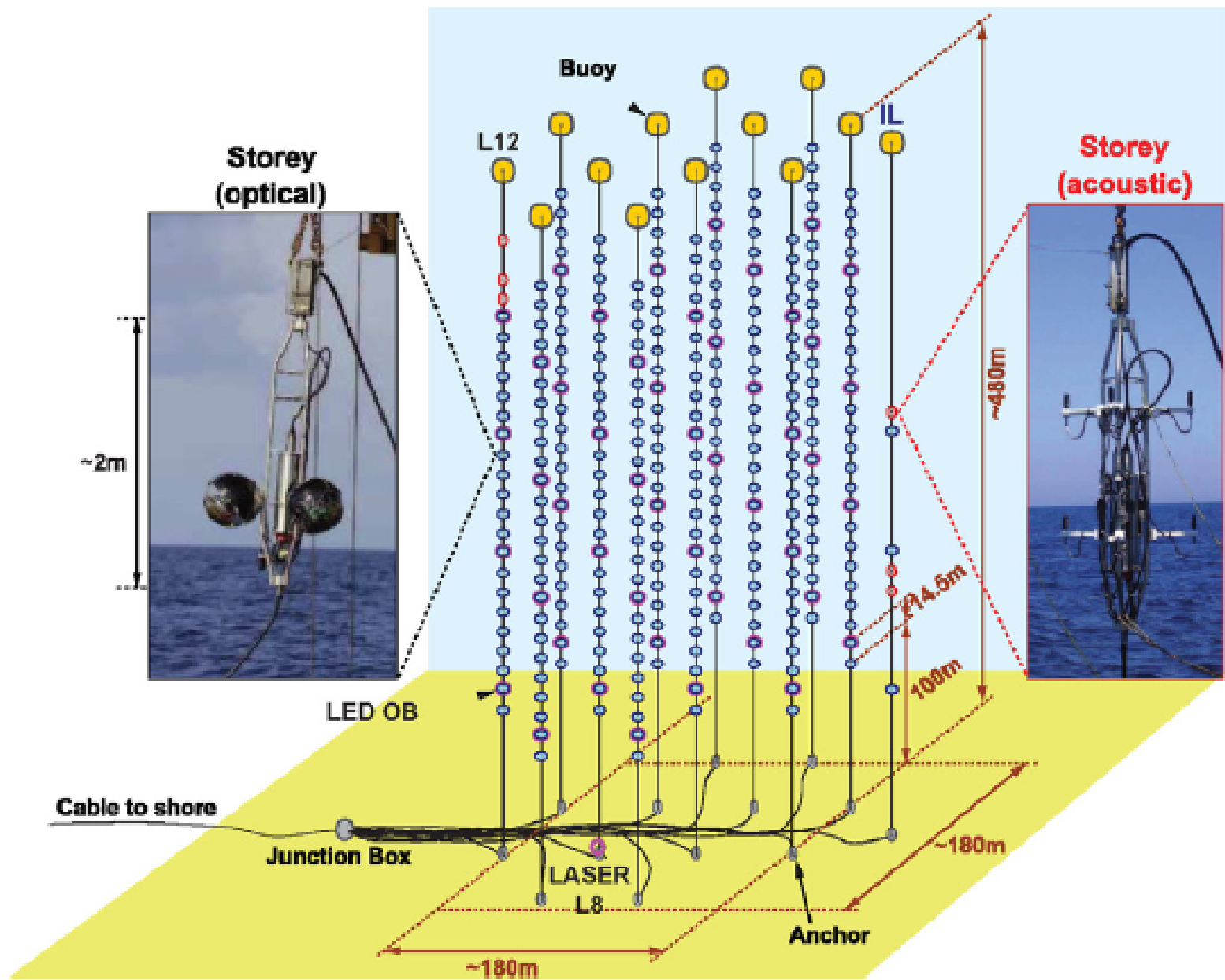
12 линий по 450 м  
(+ одна калибровочная),  
60-75 м между линиями,  
25 этажей ( по 3 ФЭУ),  
шаг 14.5 м ( с уровня 100 м от дна)

885 ФЭУ

$E_{th} = 10 \text{ ТэВ}$

Адронны





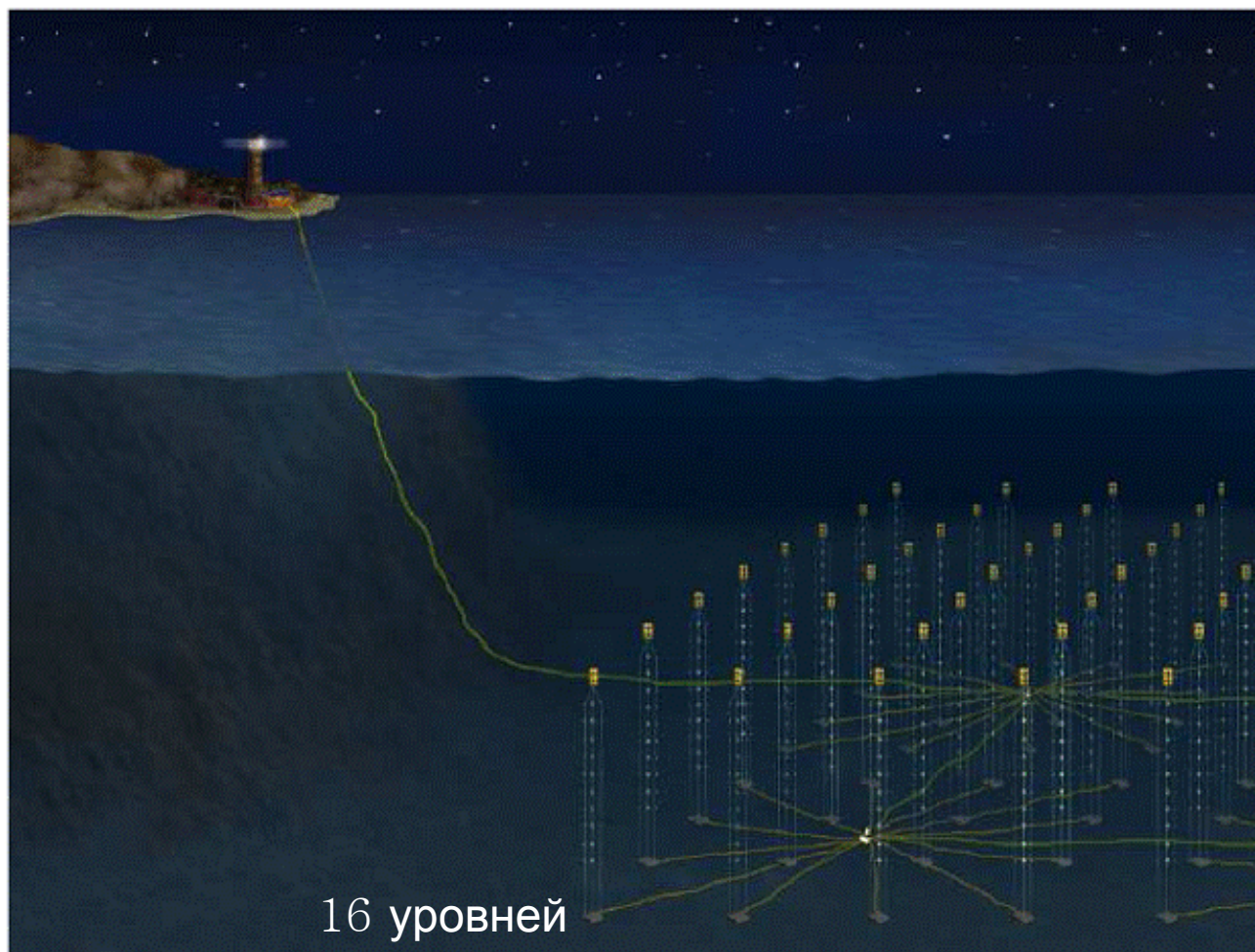


# NEMO

Capo Passero на юге Италии

NEMO – NEutrino Mediterranean Observatory

Основной детектор будет состоять из 81 струны, по 64 ФЭУ на каждой.



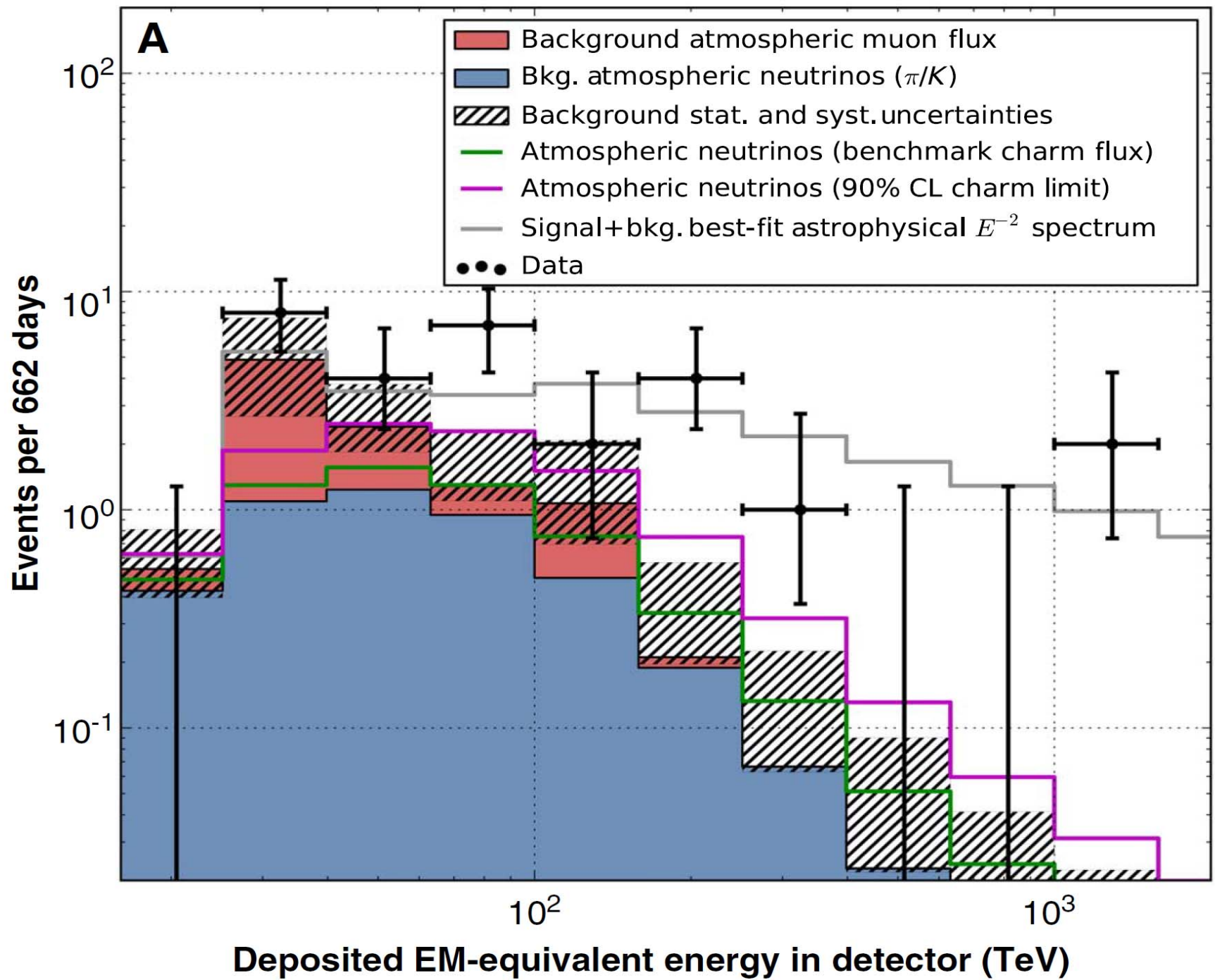
$$V \approx 0.88 \text{ км}^3$$

3000–3500 m

ID	Dep. Energy (TeV)	Observation Time (MJD)	Decl. (deg.)	R.A. (deg.)	Med. Angular Error (deg.)	Event Topolo
1	47.6 <sup>+6.5</sup> <sub>-5.4</sub>	55351.3222143	-1.8	35.2	16.3	Shower
2	117 <sup>+15</sup> <sub>-15</sub>	55351.4659661	-28.0	282.6	25.4	Shower
3	78.7 <sup>+10.8</sup> <sub>-8.7</sub>	55451.0707482	-31.2	127.9	≲ 1.4	Track
4	165 <sup>+20</sup> <sub>-15</sub>	55477.3930984	-51.2	169.5	7.1	Shower
5	71.4 <sup>+9.0</sup> <sub>-9.0</sub>	55512.5516311	-0.4	110.6	≲ 1.2	Track
6	28.4 <sup>+2.7</sup> <sub>-2.5</sub>	55562.6788127	-27.2	133.2	2.8	Shower
7	34.3 <sup>+3.5</sup> <sub>-4.3</sub>	55571.2585362	-45.1	15.6	24.1	Shower
8	32.6 <sup>+10.3</sup> <sub>-11.1</sub>	55608.8201315	-21.2	182.4	≲ 1.3	Track
9	63.2 <sup>+7.1</sup> <sub>-8.0</sub>	55685.6629713	33.6	151.3	16.5	Shower
10	97.2 <sup>+10.4</sup> <sub>-12.4</sub>	55695.2730461	-29.4	5.0	8.1	Shower
11	88.4 <sup>+12.5</sup> <sub>-10.7</sub>	55714.5909345	-8.9	155.3	16.7	Shower
12	104 <sup>+13</sup> <sub>-13</sub>	55739.4411232	-52.8	296.1	9.8	Shower
13	253 <sup>+26</sup> <sub>-22</sub>	55756.1129844	40.3	67.9	≲ 1.2	Track
14	1041 <sup>+132</sup> <sub>-144</sub>	55782.5161911	-27.9	265.6	13.2	Shower
15	57.5 <sup>+8.3</sup> <sub>-7.8</sub>	55783.1854223	-49.7	287.3	19.7	Shower
16	30.6 <sup>+3.6</sup> <sub>-3.5</sub>	55798.6271285	-22.6	192.1	19.4	Shower
17	200 <sup>+27</sup> <sub>-27</sub>	55800.3755483	14.5	247.4	11.6	Shower
18	31.5 <sup>+4.6</sup> <sub>-3.3</sub>	55923.5318204	-24.8	345.6	≲ 1.3	Track
19	71.5 <sup>+7.0</sup> <sub>-7.2</sub>	55925.7958619	-59.7	76.9	9.7	Shower
20	1141 <sup>+143</sup> <sub>-133</sub>	55929.3986279	-67.2	38.3	10.7	Shower
21	30.2 <sup>+3.5</sup> <sub>-3.3</sub>	55936.5416484	-24.0	9.0	20.9	Shower
22	220 <sup>+21</sup> <sub>-24</sub>	55941.9757813	-22.1	293.7	12.1	Shower
23	82.2 <sup>+8.6</sup> <sub>-8.4</sub>	55949.5693228	-13.2	208.7	≲ 1.9	Track
24	30.5 <sup>+3.2</sup> <sub>-2.6</sub>	55950.8474912	-15.1	282.2	15.5	Shower
25	33.5 <sup>+4.9</sup> <sub>-5.0</sub>	55966.7422488	-14.5	286.0	46.3	Shower
26	210 <sup>+29</sup> <sub>-26</sub>	55979.2551750	22.7	143.4	11.8	Shower
27	60.2 <sup>+5.6</sup> <sub>-5.6</sub>	56008.6845644	-12.6	121.7	6.6	Shower
28	46.1 <sup>+5.7</sup> <sub>-4.4</sub>	56048.5704209	-71.5	164.8	≲ 1.3	Track
29	32.7 <sup>+3.2</sup> <sub>-2.9</sub>	56108.2572046	41.0	298.1	7.4	Shower
30	129 <sup>+14</sup> <sub>-12</sub>	56115.7283574	-82.7	103.2	8.0	Shower
31	42.5 <sup>+5.4</sup> <sub>-5.7</sub>	56176.3914143	78.3	146.1	26.0	Shower
32	—	56211.7401231	—	—	—	Coincident
33	385 <sup>+46</sup> <sub>-49</sub>	56221.3424023	7.8	292.5	13.5	Shower
34	42.1 <sup>+6.5</sup> <sub>-6.3</sub>	56228.6055226	31.3	323.4	42.7	Shower
35	2004 <sup>+236</sup> <sub>-262</sub>	56265.1338677	-55.8	208.4	15.9	Shower
36	28.9 <sup>+3.0</sup> <sub>-2.6</sub>	56308.1642740	-3.0	257.7	11.7	Shower
37	30.8 <sup>+3.3</sup> <sub>-3.5</sub>	56390.1887627	20.7	167.3	≲ 1.2	Track

37 events of IceCube



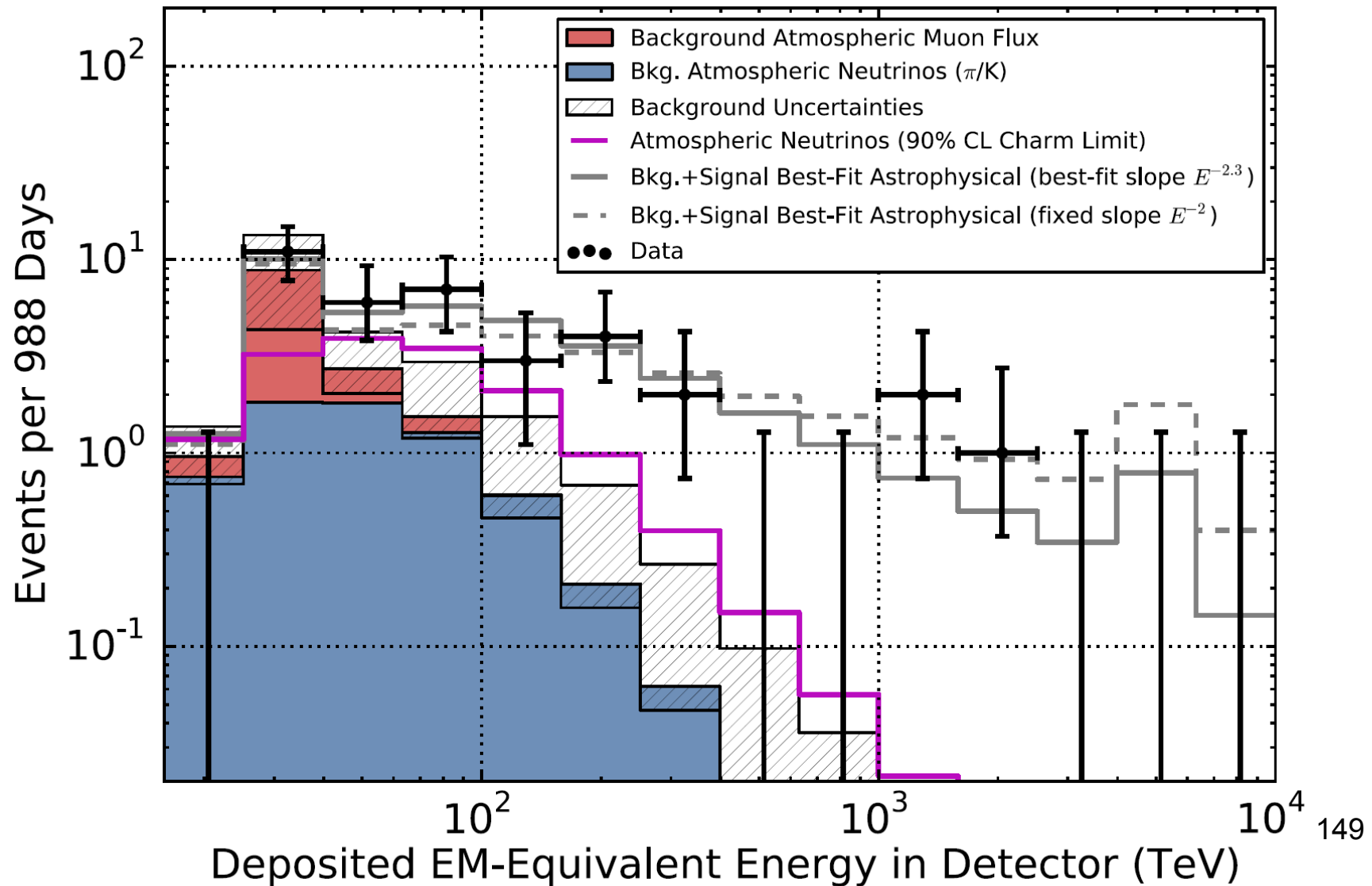


# 37 events of IceCube

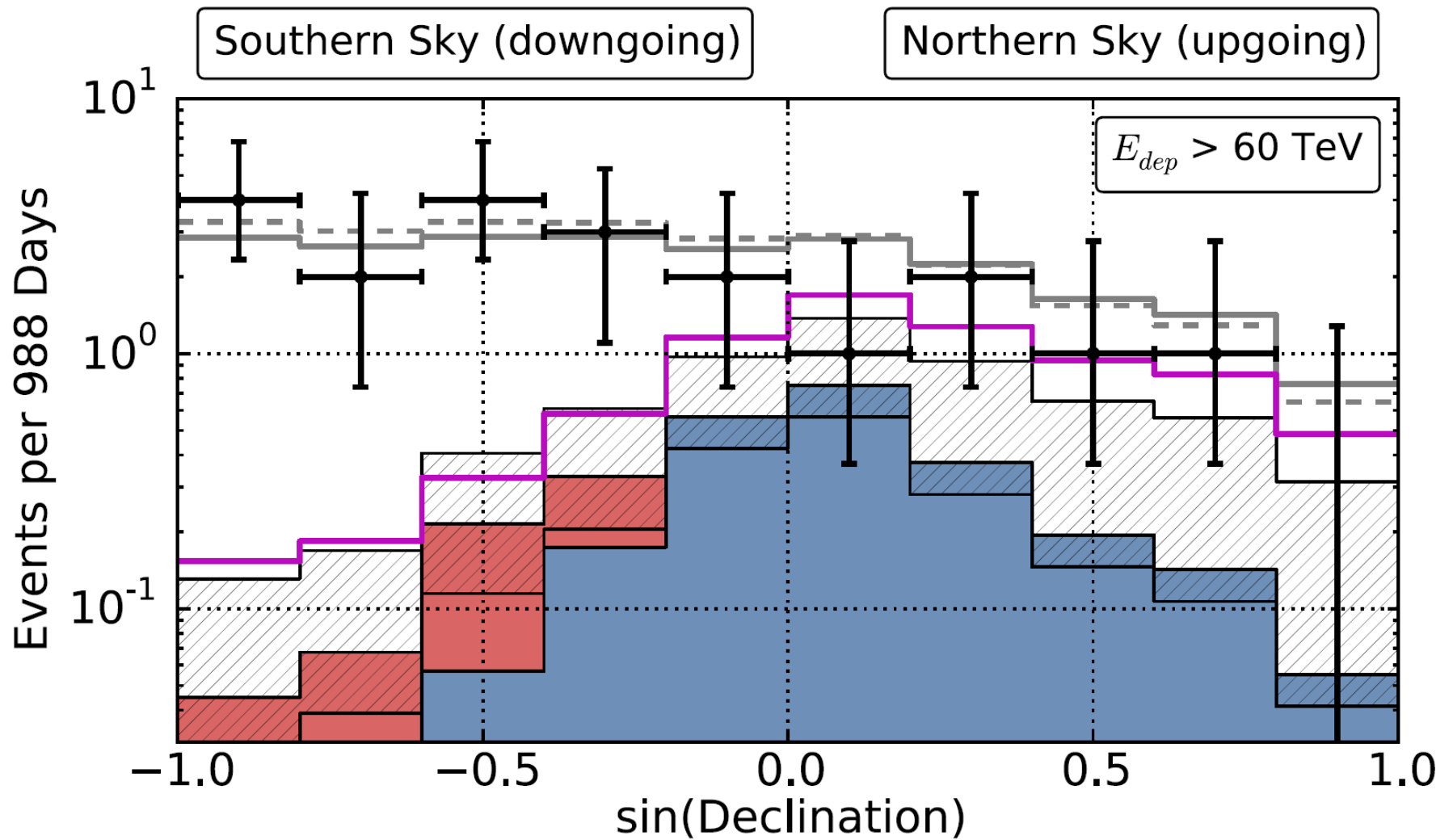
Phys. Rev. Lett. 113, 101101 (2014)

988 дней, 37 нейтринных событий с энергосвиделением от 30 ТэВ до 2 ПэВ.

5.7 $\sigma$



# Угловое распределение событий от астрофизических нейтрино в IceCube



# 17 событий от астрофизических нейтрино в 2013-2014 (всего за 1347 дней)

arXiv:1510.05223, 18 Oct 2015

ID	$E_{\text{dep}}$ (TeV)	Time (MJD)	Decl. (deg.)	R.A. (deg.)	Ang. Err. (deg.)	Topology
38	$200.5^{+16.4}_{-16.4}$	56470.11038	13.98	93.34	$\lesssim 1.2$	Track
39	$101.3^{+13.3}_{-11.6}$	56480.66179	-17.90	106.17	14.2	Shower
40	$157.3^{+15.9}_{-16.7}$	56501.16410	-48.53	143.92	11.7	Shower
41	$87.6^{+8.4}_{-10.0}$	56603.11169	3.28	66.09	11.1	Shower
42	$76.3^{+10.3}_{-11.6}$	56613.25669	-25.28	42.54	20.7	Shower
43	$46.5^{+5.9}_{-4.5}$	56628.56885	-21.98	206.63	$\lesssim 1.3$	Track
44	$84.6^{+7.4}_{-7.9}$	56671.87788	0.04	336.71	$\lesssim 1.2$	Track
45	$429.9^{+57.4}_{-49.1}$	56679.20447	-86.25	218.96	$\lesssim 1.2$	Track
46	$158.0^{+15.3}_{-16.6}$	56688.07029	-22.35	150.47	7.6	Shower
47	$74.3^{+8.3}_{-7.2}$	56704.60011	67.38	209.36	$\lesssim 1.2$	Track
48	$104.7^{+13.5}_{-10.2}$	56705.94199	-33.15	213.05	8.1	Shower
49	$59.9^{+8.3}_{-7.9}$	56722.40836	-26.28	203.20	21.8	Shower
50	$22.2^{+2.3}_{-2.0}$	56737.20047	59.30	168.61	8.2	Shower
51	$66.2^{+6.7}_{-6.1}$	56759.21596	53.96	88.61	6.5	Shower
52	$158.1^{+16.3}_{-18.4}$	56763.54481	-53.96	252.84	7.8	Shower
53	$27.6^{+2.6}_{-2.2}$	56767.06630	-37.73	239.02	$\lesssim 1.2$	Track
54	$54.5^{+5.1}_{-6.3}$	56769.02960	5.98	170.51	11.6	Shower

# 54 события IceCube за 2010-2014 (1347 дней)

**A. Vincent et al., 1605.01556v1 анализируют 53 события:**

Among the 53 events in the entire sample, 14 are muon tracks and 39 are showers. 16 of the events come from the northern hemisphere (5 tracks) and 37 from the southern hemisphere (9 tracks).

We also consider another EM-equivalent deposited energy interval with a higher energy threshold, [60 TeV - 10 PeV], yielding a smaller but cleaner (low-background) sample. In this case, there are 32 events (8 tracks and 24 showers): 10 events come from the northern hemisphere (4 tracks) and 22 from the southern hemisphere (4 tracks).

**Ожидаемые события от атм. мюонов и нейтрино**

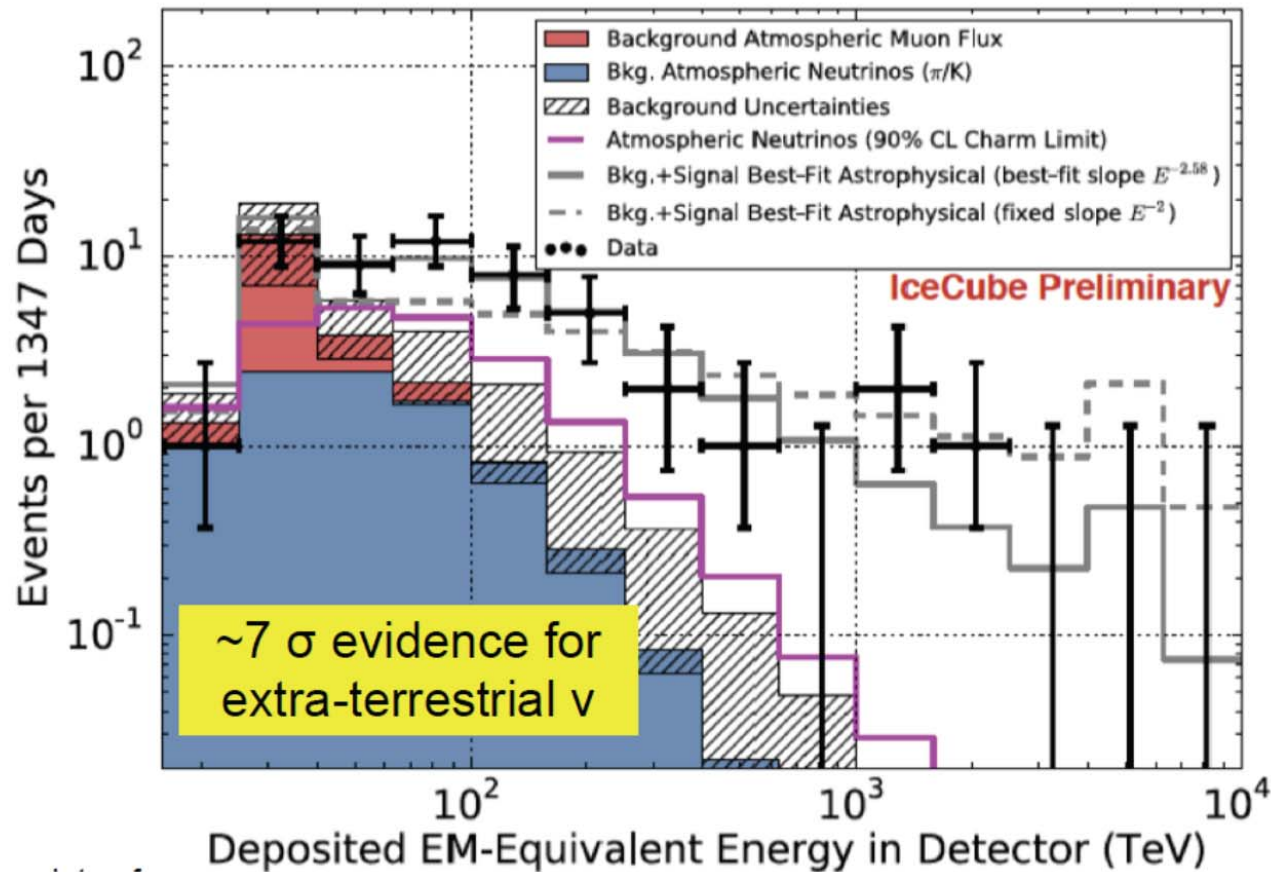
$$N_{\mu} = 12.6 \pm 5.1 \text{ and } N_{\nu} = 9.0_{-2.2}^{+8.0}$$

**The IceCube best fit for astrophysical neutrino flux**

$$E^2\Phi(E) = 0.84 \pm 0.3 \times 10^{-8} \text{ GeV cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

# Energy Spectrum

54 events observed with  $20 \pm 6$  expected from atmosphere

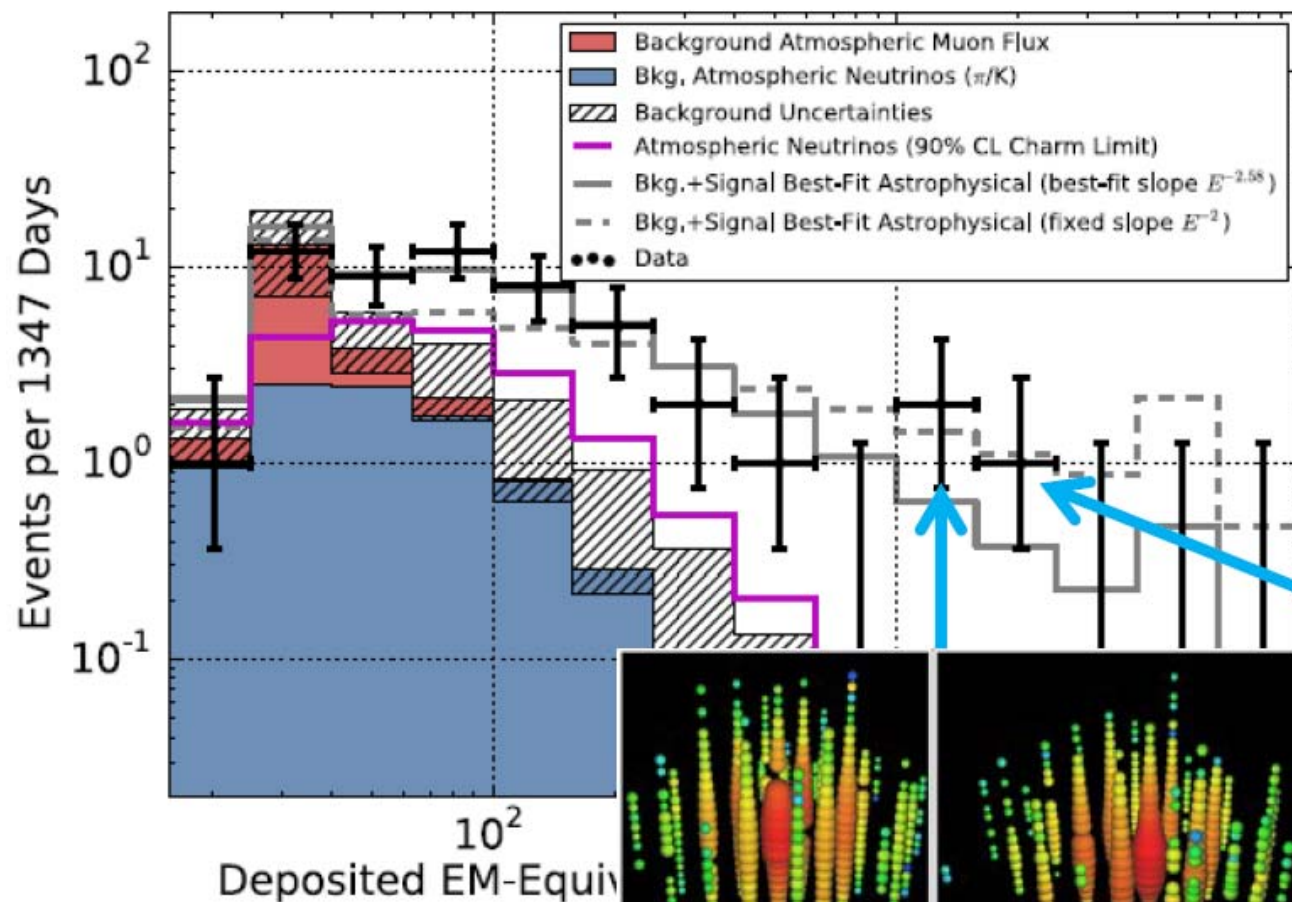


[8] Aartsen MG, et al. *Astrophys.J.* 809:98 (2015)



# HESE (High Energy Starting Event)

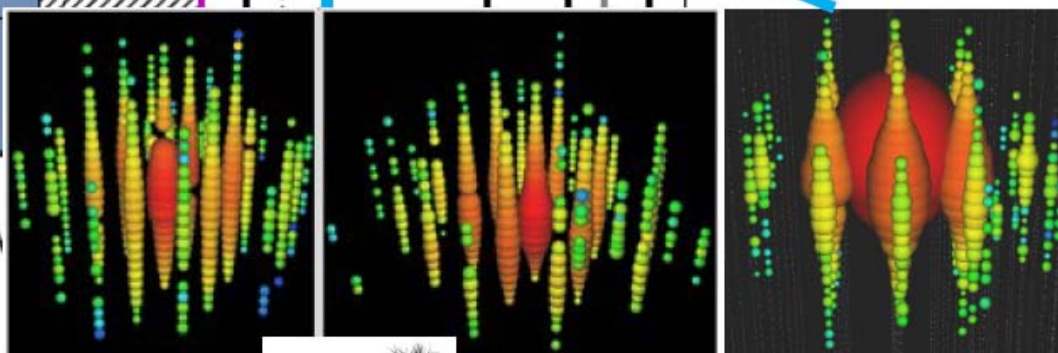
First evidence for an extra-terrestrial h.e. neutrino flux



2 yrs data, 28 evts    4.1σ  
*Science* 342 (2013)

3 yrs data, 37 evts    5.9σ  
*Phys.Rev.Lett.* 113:101101 (2014)

4 yrs data, 54 evts    ~ 7σ



"Bert"  
1.04 PeV  
Aug. 2011



"Ernie"  
1.14 PeV  
Jan. 2012



"Big Bird"  
2 PeV  
Dec. 2012

# Astrophysical neutrinos – 2015-16

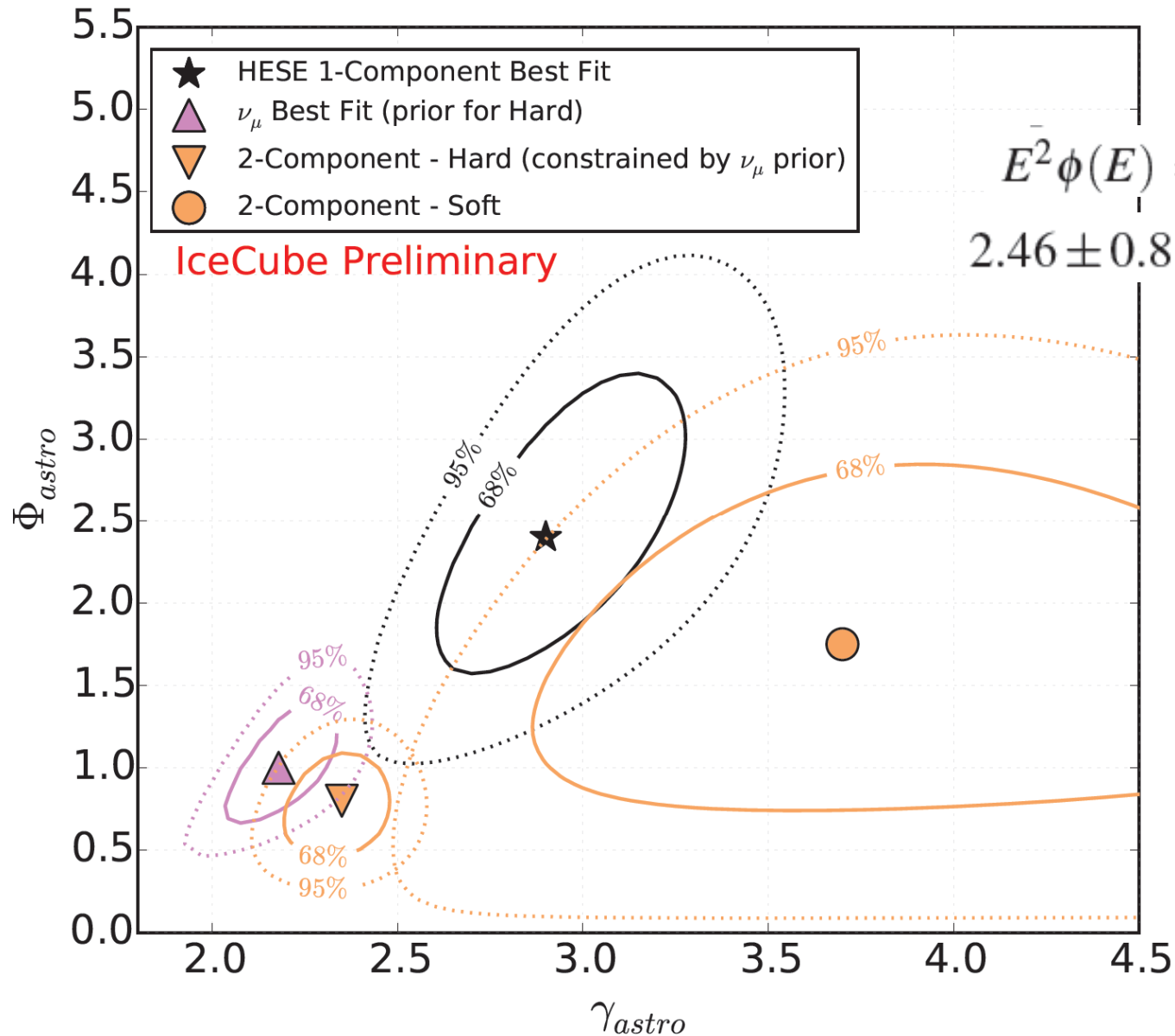
ID	$E_{\text{dep}}$ (TeV)	Time (MJD)	Decl. (deg.)	R.A. (deg.)	Ang. Err. (deg.)	Topology
55	---	56798.73029	---	---	---	Coinciden
56	$104.2^{+9.7}_{-10.0}$	56817.38958	-50.1	280.5	6.5	Shower
57	$132.1^{+18.1}_{-16.8}$	56830.52665	-42.2	123.0	14.4	Shower
58	$52.6^{+5.2}_{-5.7}$	56859.75882	-32.4	102.1	<1.3	Track
59	$124.6^{+11.6}_{-11.7}$	56922.58530	-3.9	63.3	8.8	Shower
60	$93.0^{+12.9}_{-11.7}$	56931.93110	-37.9	32.7	13.3	Shower
61	$53.8^{+7.2}_{-6.3}$	56970.20736	-16.5	55.6	<1.2	Track
62	$75.8^{+6.7}_{-7.1}$	56987.77219	13.3	187.9	<1.3	Track
63	$97.4^{+9.6}_{-9.6}$	57000.14311	6.5	160.0	<1.2	Track
64	$70.8^{+8.1}_{-7.7}$	57036.74378	-27.3	144.5	10.6	Shower
65	$43.3^{+5.9}_{-5.2}$	57051.66378	-33.5	72.8	17.5	Shower
66	$84.2^{+10.7}_{-9.9}$	57053.12727	38.3	128.7	18.3	Shower
67	$165.7^{+16.5}_{-15.5}$	57079.96532	3.0	335.7	7.0	Shower
68	$59.1^{+8.0}_{-6.0}$	57081.53526	-15.7	294.3	11.7	Shower
69	$18.0^{+2.2}_{-2.0}$	57133.79007	0.3	236.2	15.7	Shower
70	$98.8^{+12.0}_{-11.1}$	57134.39812	-33.5	93.9	12.3	Shower
71	$73.5^{+10.0}_{-10.5}$	57140.47276	-20.8	80.7	<1.2	Track
72	$35.3^{+4.6}_{-4.1}$	57144.29607	28.3	203.2	19.5	Shower
73	$26.2^{+2.6}_{-2.3}$	57154.83679	11.1	278.4	6.9	Shower
74	$71.3^{+9.1}_{-8.1}$	57157.00077	-0.9	341.0	12.7	Shower
75	$164.0^{+20.7}_{-21.4}$	57168.40450	70.5	259.0	13.1	Shower
76	$126.3^{+12.0}_{-12.7}$	57276.56530	-0.4	240.2	<1.2	Track
77	$39.5^{+3.8}_{-3.7}$	57285.01732	2.1	278.4	7.2	Shower
78	$56.7^{+7.0}_{-6.9}$	57363.44233	7.5	0.4	<1.2	Track
79	$158.2^{+20.3}_{-19.8}$	57365.75249	-11.1	24.6	14.6	Shower
80	$85.6^{+11.1}_{-10.6}$	57386.35877	-3.6	146.6	16.1	Shower
81	$151.8^{+13.9}_{-21.6}$	57480.64736	-79.4	45.0	13.5	Shower
82	$159.3^{+15.5}_{-15.3}$	57505.24482	9.4	240.9	<1.2	Track

## IceCube, PoS (ICRC2017) 981

Properties of the events observed in the 5-th and 6-th year. The Edep column shows the electromagnetic equivalent deposited energy of each event. “Ang. Err.” shows the median angular error including systematic uncertainties.

**total atmospheric muon background of  $25.2 \pm 7.3$  events in six years of data;**  
**total number of expected events from atmospheric neutrinos (in 6 years) is  $15.6^{+11.4}_{-3.9}$**





$$\gamma_{astro} = 2.92 (!)$$

Figure 3: Contour plot of the best-fit astrophysical spectral index vs. best-fit per-flavor normalization at 100 TeV ( $\Phi_{astro}$ ). The single power-law fit - black ("1-Component"), where the best-fit point is marked with a black star.

The orange contours show the best-fit components assuming a two power-law hypothesis.

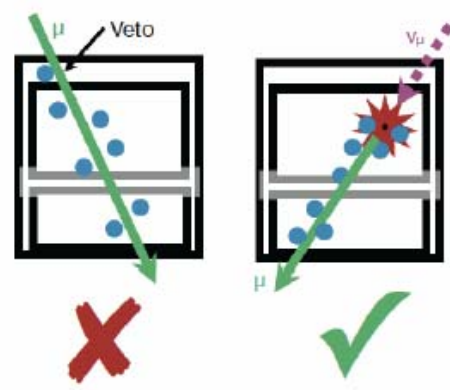
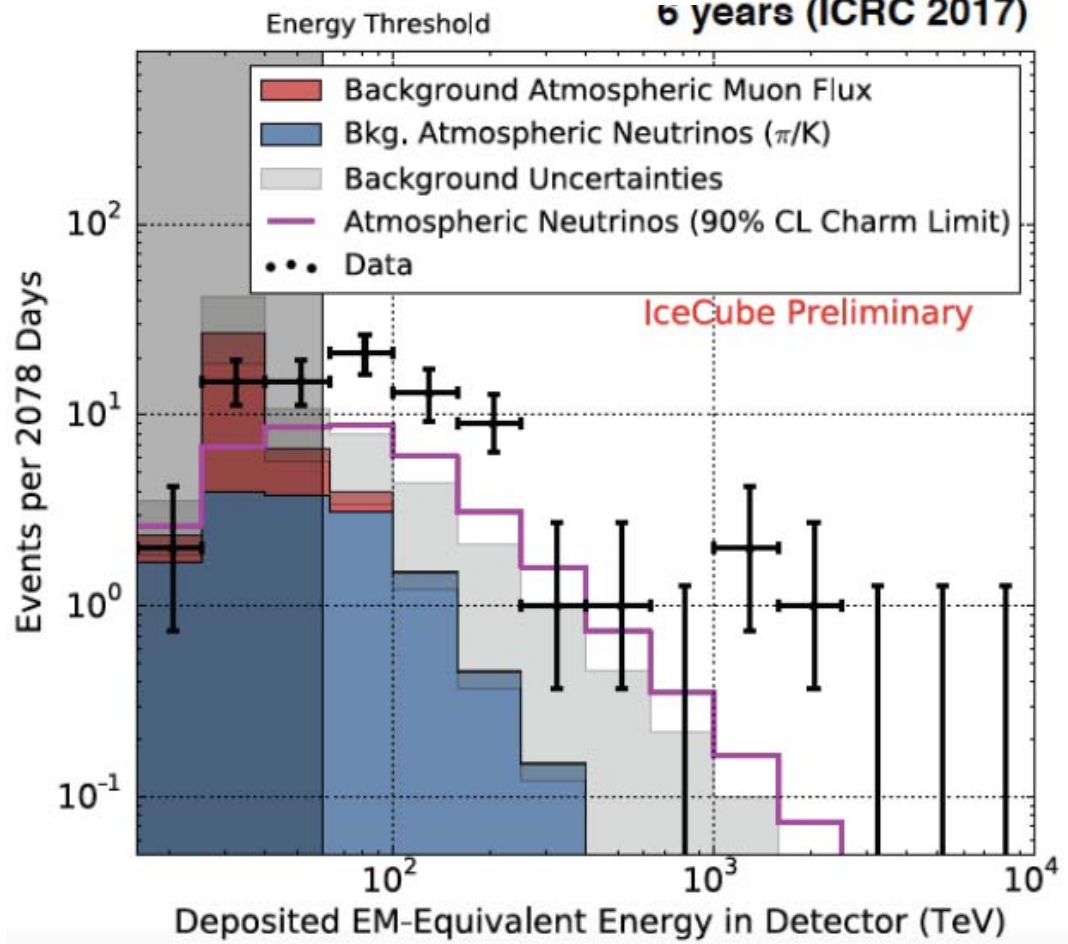
# Discovery of High-Energy Astrophysical Neutrinos



IceCube Coll., Science 342, 2013  
PRL 113, 101101 (2014)

PoS (ICRC2017) 981

6 years (ICRC 2017)



82 events in 6 years

Background:

Atm.  $\mu$   $25.2 \pm 7.3$

Atm.  $\nu$   $15.6^{+11.4}_{-3.9}$

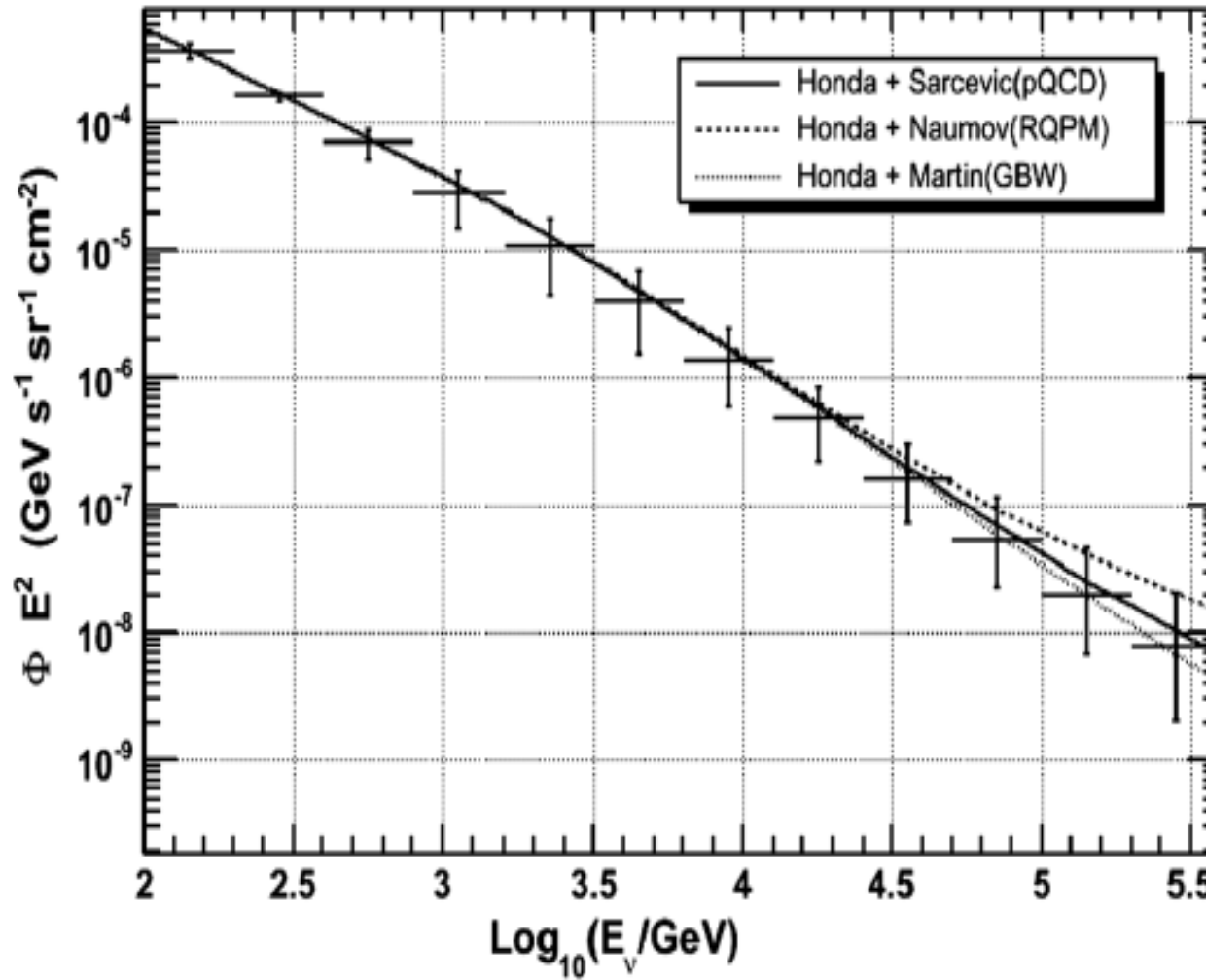
$60\text{TeV} < E_{\text{dep}} < 10\text{PeV}$

Best fit spectral index:

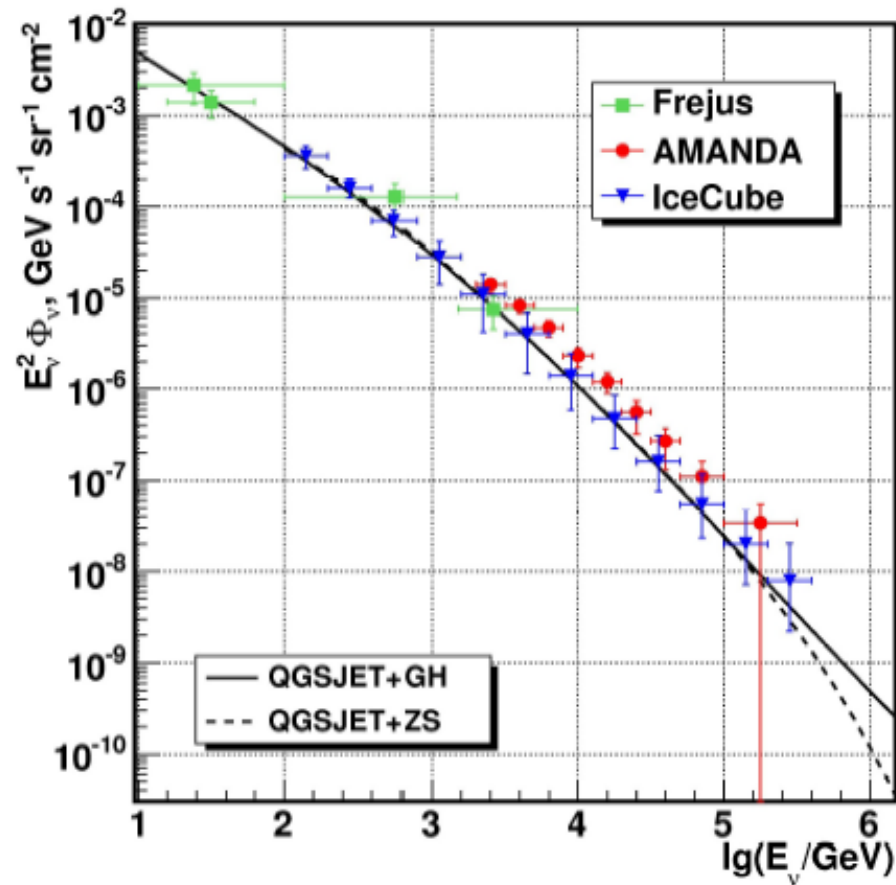
$-2.92^{+0.33}_{-0.29}$

# Атмосферные нейтрино: эксперимент

IceCube 40, Phys. Rev. D 83, 012001 (2011)



# Dependence on the primary spectrum



the conventional neutrino flux calculation with QGSJET:

solid line:

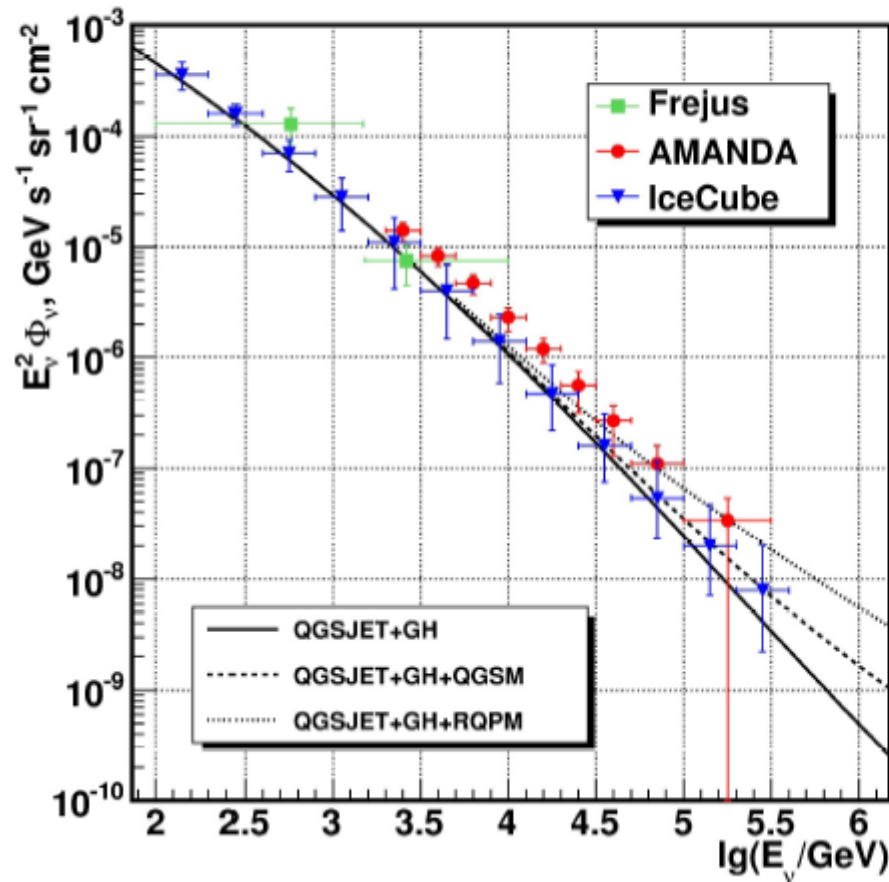
the calculation for GH primary spectrum

dashed:

the calculation for ZS (ATIC-2) primary spectrum

# Prompt atmospheric muon neutrinos-I

IceCube experiment and prompt neutrino models



solid line:

the conventional neutrino flux

dotted:

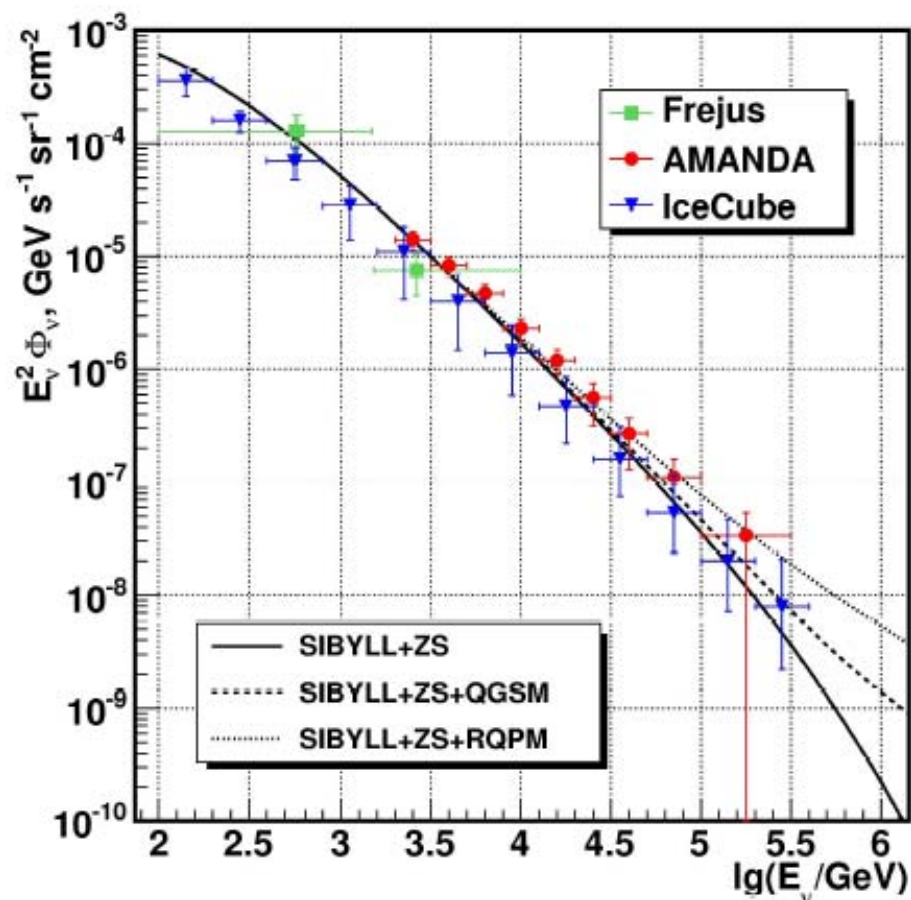
sum of the conventional and prompt  
neutrino flux due to RQPM

dashed:

sum of the conventional and prompt  
neutrino flux due to QGSM

*Nuovo Cim. C* 12, 41 (1989); *Nuovo Cim. A*  
111, 129 (1998); *Phys. Rev. D* 58, 054001  
(1998)

# Prompt atmospheric muon neutrinos-II



solid line:

SIBYLL + ZS version of the  
conventional neutrino flux

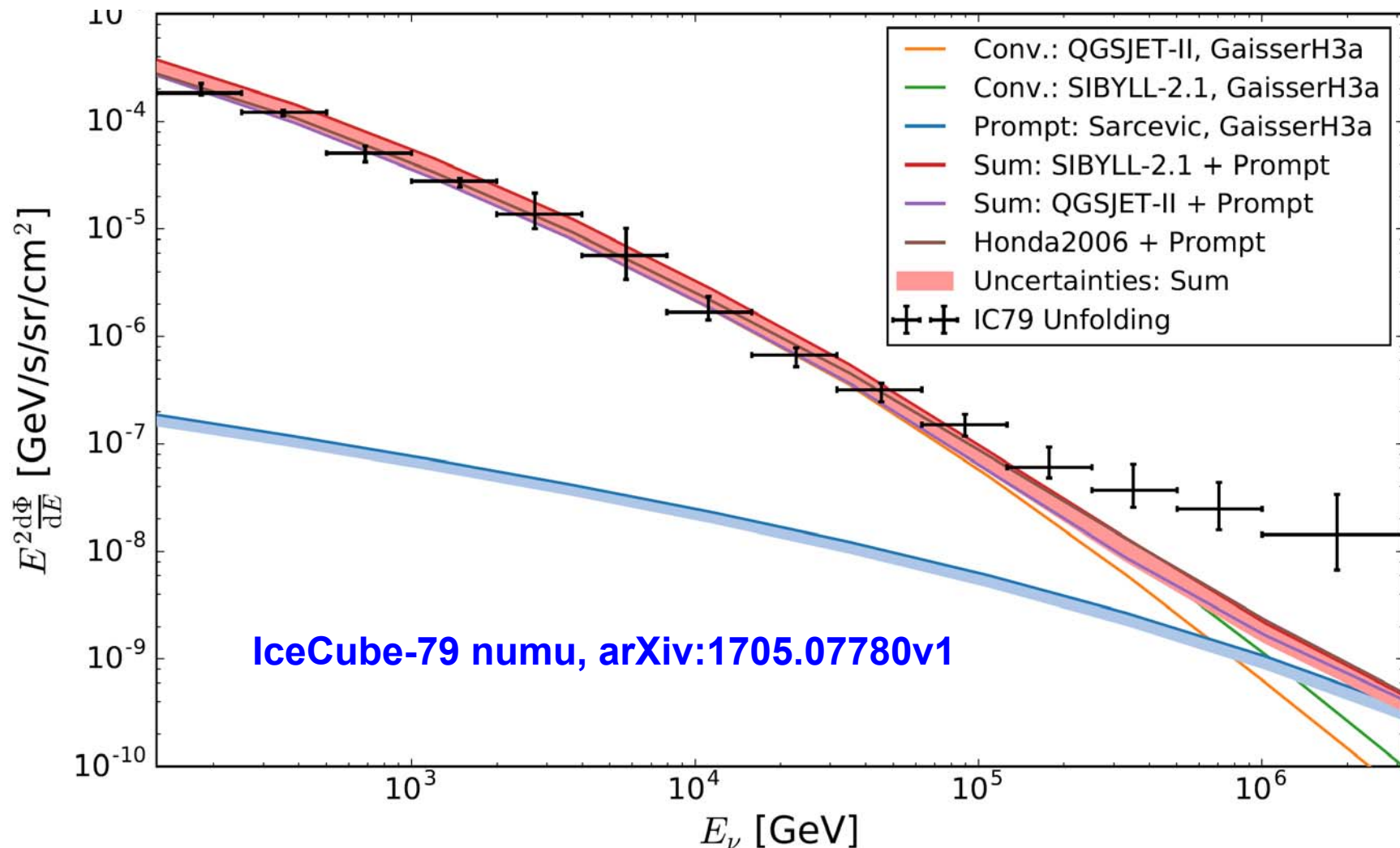
dotted:

sum of the conventional flux plus RQPM  
prompt neutrinos

dashed:

sum of the conventional flux plus QGSM  
prompt neutrinos

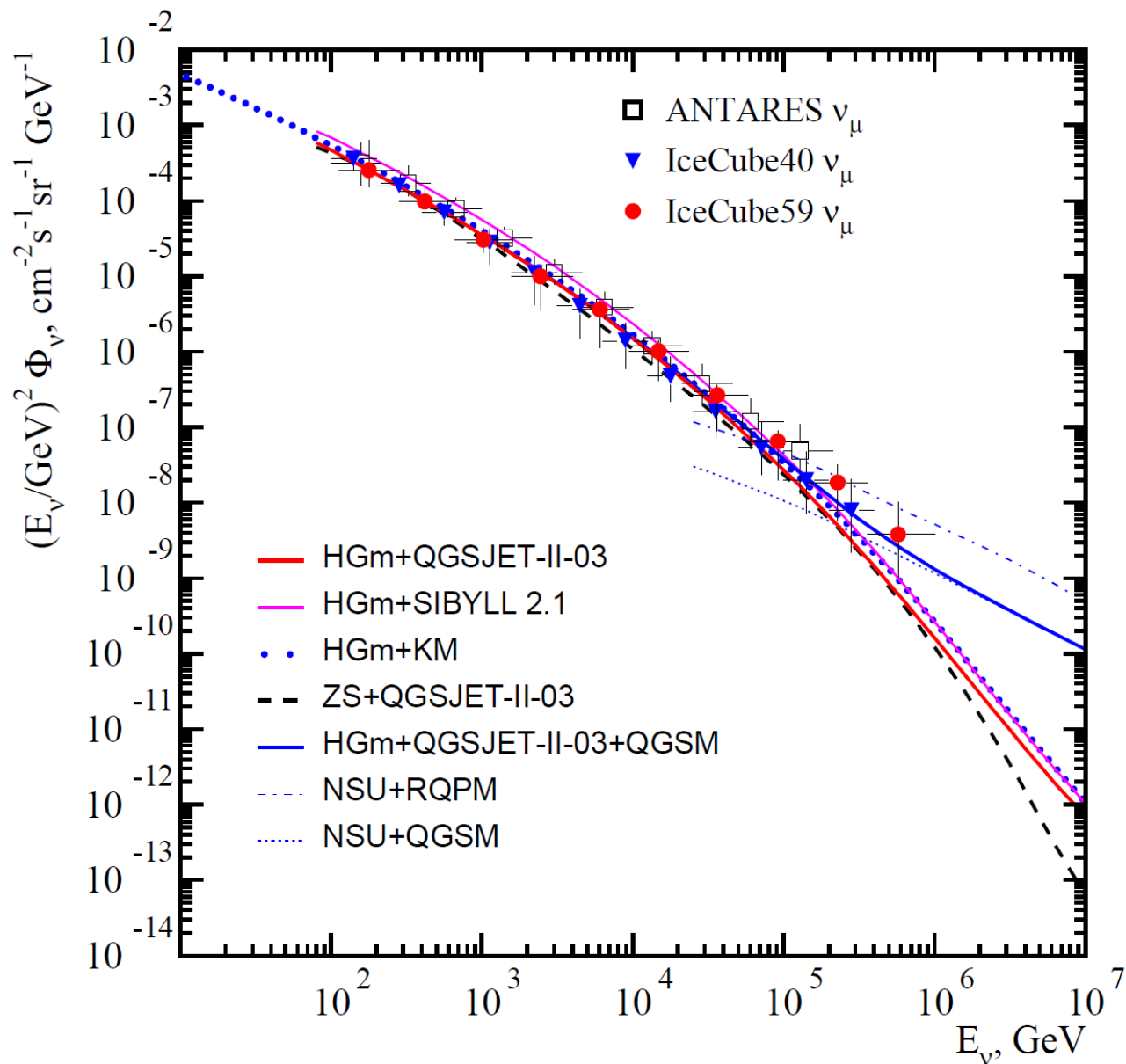




Sybill-2.1 and QGSJET-II are used as upper and lower bounds for possible models [34]. Most of the common models like [35] lie in between those two models over the whole energy range. For the prompt component the ux from [13] is used. The blue shaded area represents the theoretical uncertainty on the prompt ux as reported in [13]. The pink shaded area depicts the sum of uncertainties arising from the conventional and prompt component, respectively. All predictions are calculated for the primary spectrum proposed in [36] and for zenith dependent sensitivity shown in Table 2.



# Спектр атмосферных мюонных нейтрино (усредненный по зенитным углам)



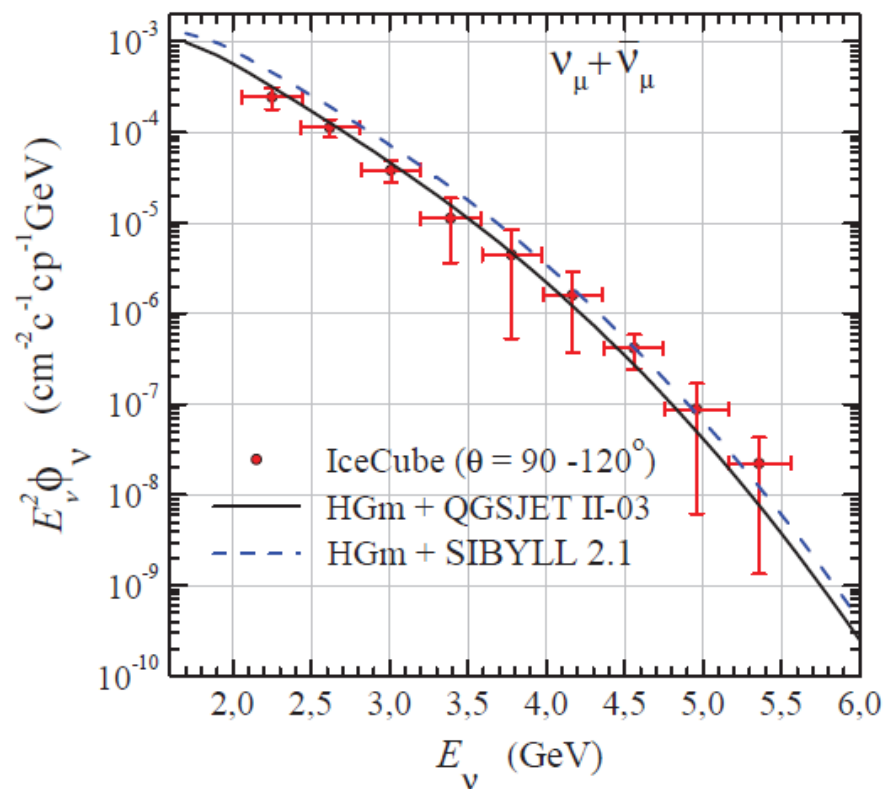
**IceCube 40:**  
Phys. Rev. D 83, 012001 (2011)

**IceCube 59:**  
Eur. Phys. J. C 75, 116 (2015);  
arXiv:1409.4535v3.

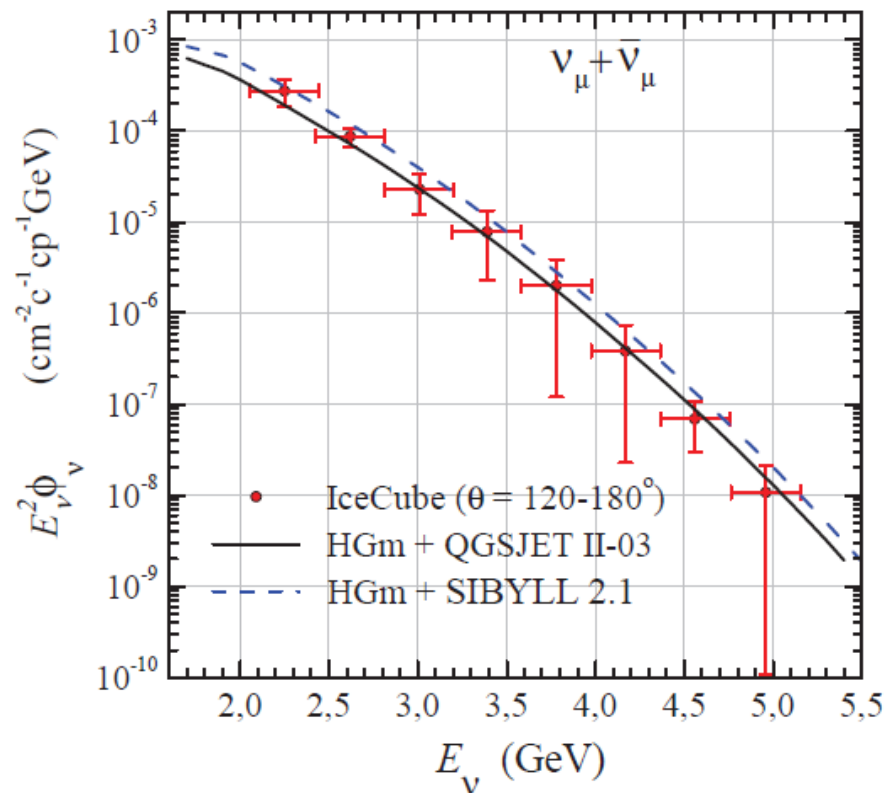
**ANTARES:**  
S. Adrian-Martinez et al.  
Eur. Phys. J. C 73 (2013)  
2606.

**Расчет:**  
T.S. Sinigovskaya et al.  
Phys. Rev. D 91, 063011 (2015);  
arXiv:1407.3591v3.

# Расчет и данные эксперимента для двух интервалов зенитных углов

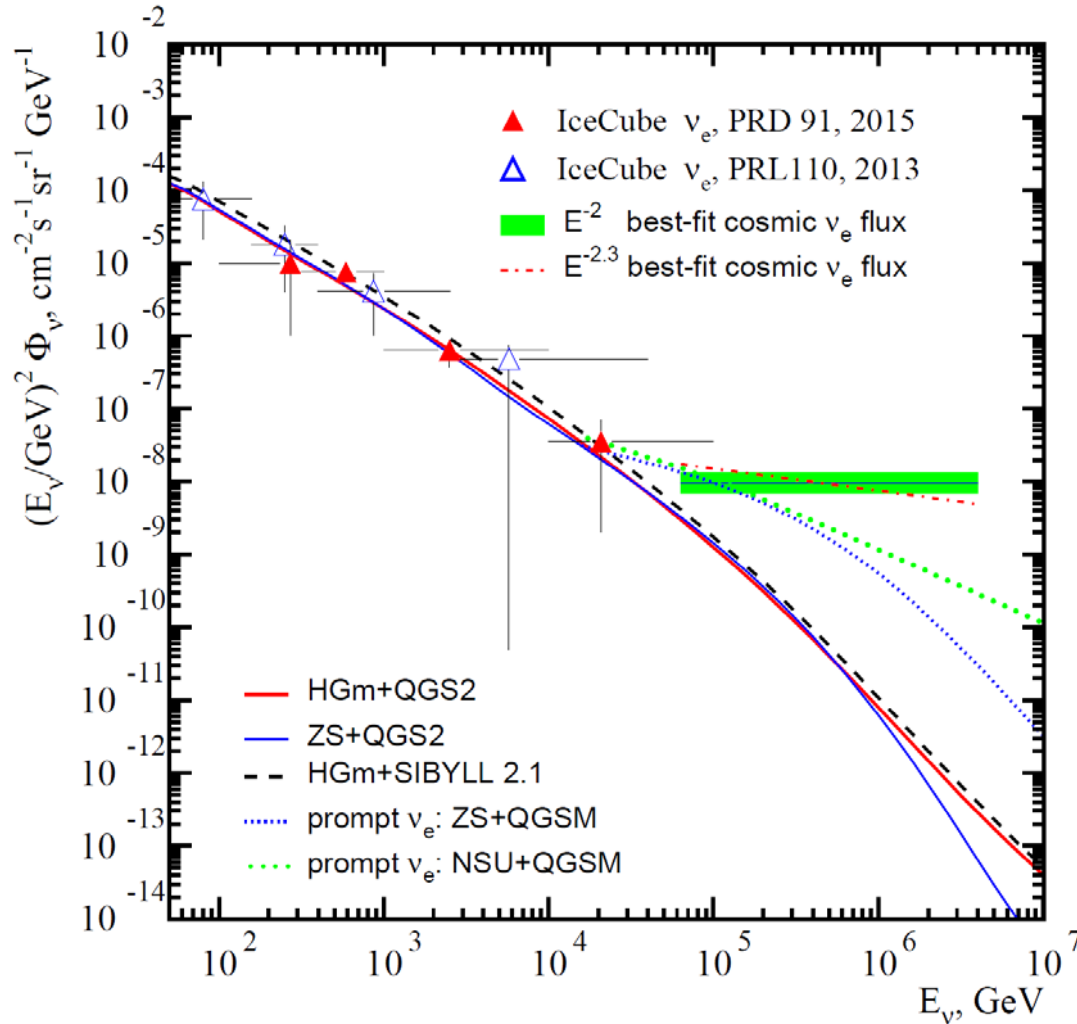


“окологоризонтальные”  
направления



“околовертикальные”  
направления

# Спектр атмосферных электронных нейтрино



IceCube  $\nu_e$ : Phys. Rev. Lett. 110 (2013) 151105;

(ZS) V.I.Zatsepin, N.V.Sokolskaya, A & A. 458 (2006) 1.

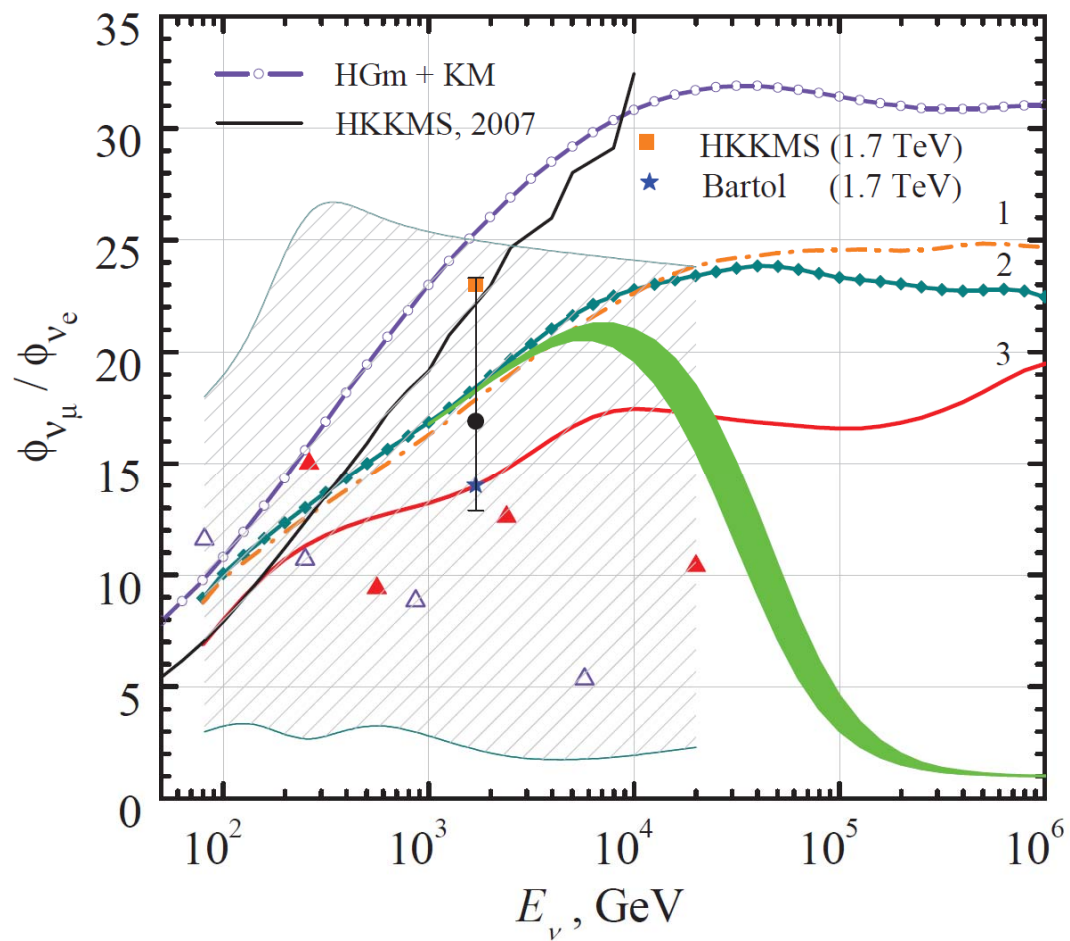
(BK) D.Bindig, C.Bleve, K.-H.Kampert, 32 ICRC, Beijing, 2011, vol.1, p. 161;

(HGm) T.Gaisser, Astropart. Phys. 24 (2012) 801, arXiv:1303.1431.

**Потоки  $\nu_e$  рассчитанные для адронных моделей QGSJET II-03 и SIBYLL 2.1; спектры КЛ: Зацепина-Сокольской (ZS) и Хилласа, Гайссера (HGm).**

T.S. Sinogovskaya et al. Phys. Rev. D 91, 063011 (2015).

## Флейворное отношение потоков атмосферных нейтрино



$$R_{\nu_\mu/\nu_e}(E) = \frac{\phi_{\nu_\mu} + \phi_{\bar{\nu}_\mu}}{\phi_{\nu_e} + \phi_{\bar{\nu}_e}}$$

● IC 2015 (1.7 TeV)

This work reconstruction:

△ IC 2011, 2013; ▲ IC 2015

## Методика IceCube определения фона АН (1)

Generated neutrino events are reweighted to a primary astrophysical or atmospheric neutrino spectrum of choice. In this analysis, the baseline model to describe the incoming flux of conventional atmospheric neutrinos is based on the model HKKMS07 [14]. The calculations in Refs. [14,30] extend only to  $E_\nu = 10$  TeV. In previous IceCube analyses [10,31] these results have been extrapolated to higher energy by fitting a standard parametrization [32],

$$\Phi(E_\nu) \simeq \Phi_0 \cdot E_\nu^{-\gamma} \cdot \left( \frac{A_{\pi\nu}}{1 + B_{\pi\nu} E_\nu \cos(\theta^*) / \epsilon_\pi} + \frac{A_{K\nu}}{1 + B_{K\nu} E_\nu \cos(\theta^*) / \epsilon_K} \right), \quad (1)$$

to the published neutrino calculations below 10 TeV. In this equation,  $\theta^*$  is the zenith angle where the neutrinos are produced, taking account of the curvature of the Earth [33].

**M.G. Aartsen et al. (IceCube Collaboration), Phys. Rev. D 89, 062007 (2014)**

## Методика IceCube определения фона АН (2)

The parameters  $\Phi_0$ ,  $A$  and  $B$  are free fit parameters, the spectral index is  $\gamma = 2.7$ , and the critical energies are  $\epsilon_\pi = 115 \text{ GeV}$  and  $\epsilon_K = 850 \text{ GeV}$ . Such an extrapolation does not account for the knee in which the overall spectrum of the cosmic rays becomes steeper between 1 and 10 PeV.

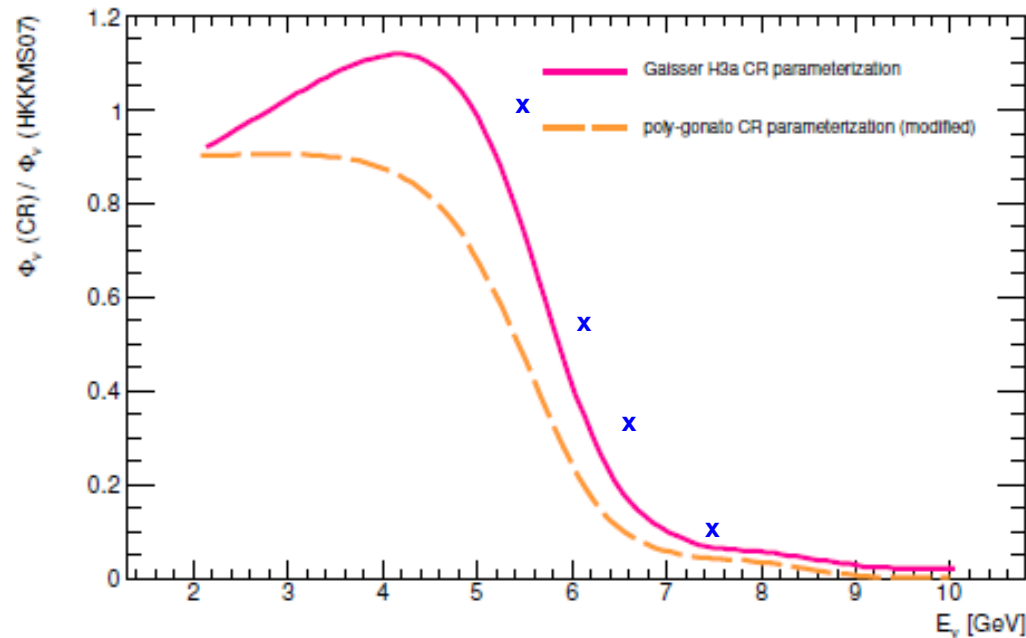
**ANIS**

[24] A. Gazizov and M. P. Kowalski, *Comput. Phys. Commun.* **172**, 203 (2005).

# Методика IceCube определения фона АН (3)

## Поправки на излом спектра в эксперименте IceCube

M.G. Aartsen et al. Phys. Rev. D 89, 062007 (2014)

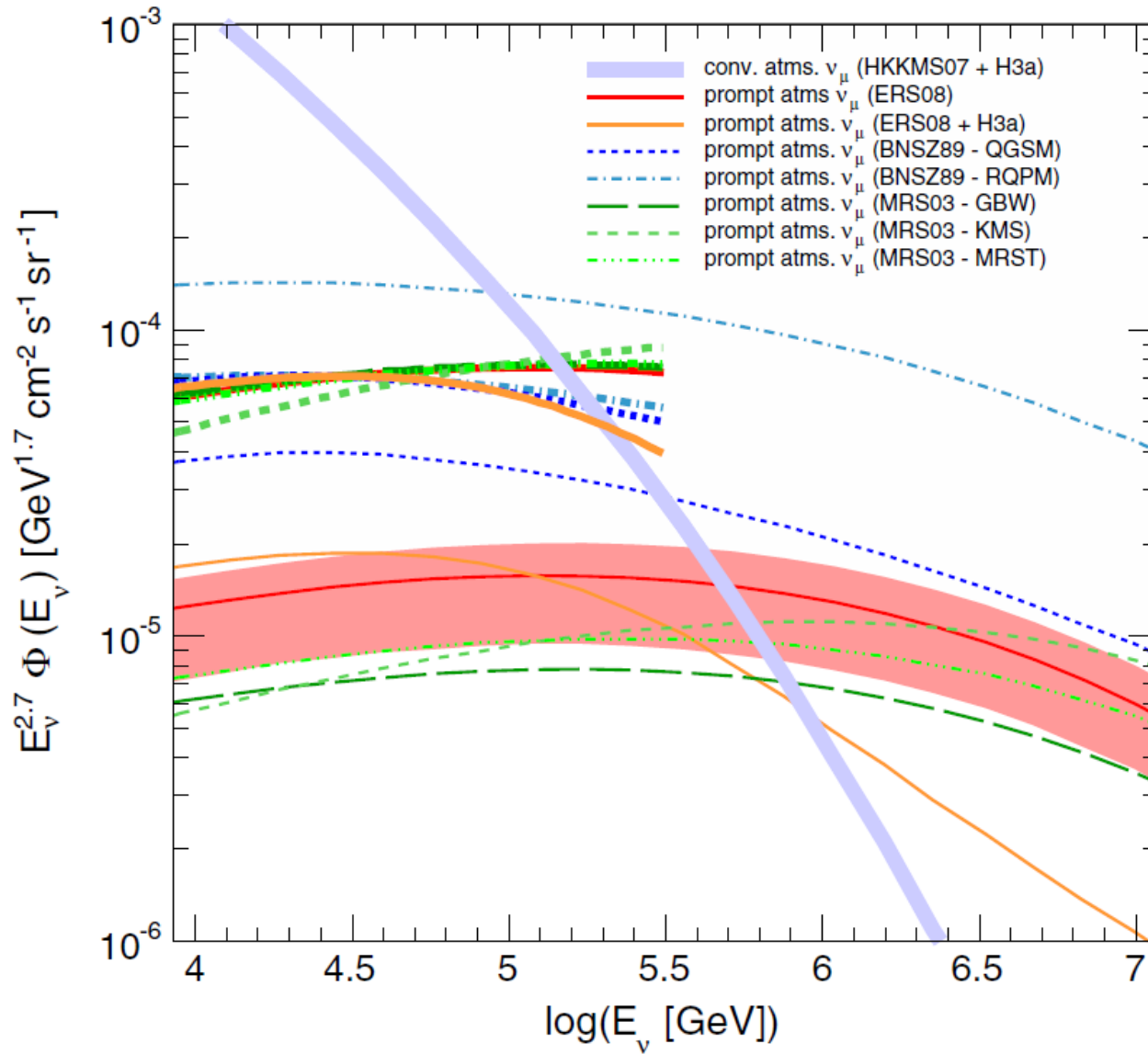


IceCube не имеет результатов моделирования для высоких энергий ( $E > 10$  ТэВ) – т. е. не знает фона АН с необходимой точностью.

FIG. 13. Ratio of the two muon neutrino fluxes calculated based on the cosmic-ray parameterizations H3a [7] and poly-gonato (modified) [33] with knee to the standard HKMS07 muon neutrino flux [6] as a function of energy.



# Спектры прямых мюонных нейтрино (1)



IceCube, Phys. Rev. D 89, 062007 (2014);

# Спектры прямых мюонных нейтрино (2)

M.G. Aartsen et al. (IceCube Collaboration), *Phys. Rev. D* 89, 062007 (2014)

TABLE VI. Model rejection factors for different theoretical predictions of prompt atmospheric neutrino fluxes [11–13]. If not noted otherwise, these models are the original published models and have not been modified for a more accurate cosmic-ray flux parametrization. Except for the baseline model ERS08 with H3a knee, MRFs are based on a  $\chi^2$  approximation.

Model	MRF
ERS08 + H3a [13,15]	3.8
ERS08 [13]	4.8
ERS08 (max) [13]	3.8
ERS08 (min) [13]	8.2
MRS03 (GBW) [11]	9.9
MRS03 (MRST) [11]	8.0
MRS03 (KMS) [11]	8.3
BNSZ89 (RQPM) [12]	0.5
BNSZ89 (QGSM) [12]	1.8

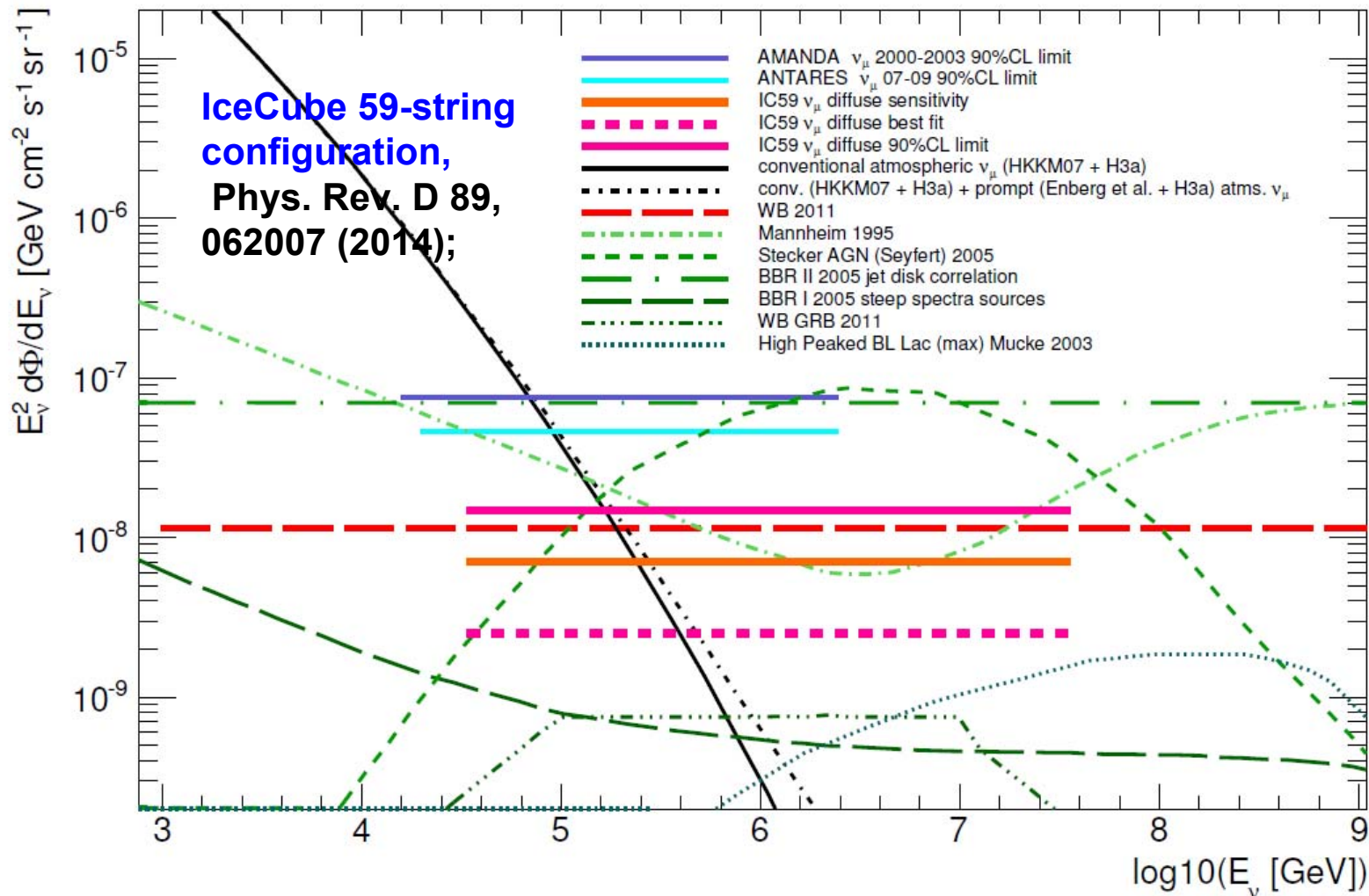


FIG. 11. Limit on a  $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$  astrophysical  $E^{-2}$  flux from this analysis in comparison to theoretical flux predictions and limits from other experiments. The black lines show the expected atmospheric neutrino flux with and without a prompt component (both without the modification of the knee feature). The red dashed line marks the Waxman-Bahcall upper bound [15, 16]. Green dashed lines represent various model predictions for astrophysical neutrino fluxes [15, 43–47]. Horizontal lines show limits and sensitivities from different experiments [12, 41, 42]. The pink solid line is the 90% CL upper limit of this analysis, the orange solid line shows its sensitivity.

## Предсказания потоков астрофизических нейтрино

TABLE V. Model rejection factors and best-fit fluxes in units of the predicted model flux for different theoretical predictions of  $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$  astrophysical neutrino fluxes.

model	neutrino source	best fit [ $\Phi_{\text{model}}(E_\nu)$ ]	MRF	energy range
Stecker [43]	AGN cores	0.06	0.33	216 TeV to 8.6 PeV
Mannheim [44]	jets of radio-loud AGN	0.13	0.86	28 TeV to 2.4 PeV
BBRI [45]	steep spectrum FR-II galaxies and blazars	3.77	23.07	overlap with the atmospheric range
BBRII [45]	flat spectrum FR-II galaxies and blazars	0.03	0.21	73 TeV to 8.4 PeV
Muecke <i>et al.</i> [47]	BL Lac objects	6.83	43.96	PeV to EeV energies
WB GRB [15, 46]	gamma-ray bursts	3.74	21.72	84 TeV to 4.3 PeV

The end

- Используя законы сохранения, определите, какие из реакций возможны:

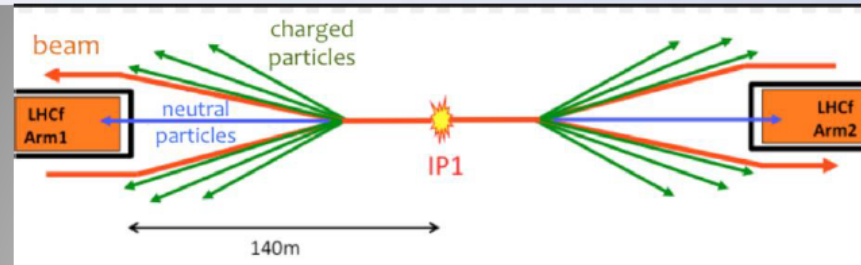
$$n \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma, \quad n \rightarrow p + e^- + \nu_e, \quad p \rightarrow n + \mu^+ + \nu_\mu, \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$$

- К каким типам взаимодействий относятся реакции рождения дейтрона

$$p + p \rightarrow d + \pi^+, \quad p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e ?$$

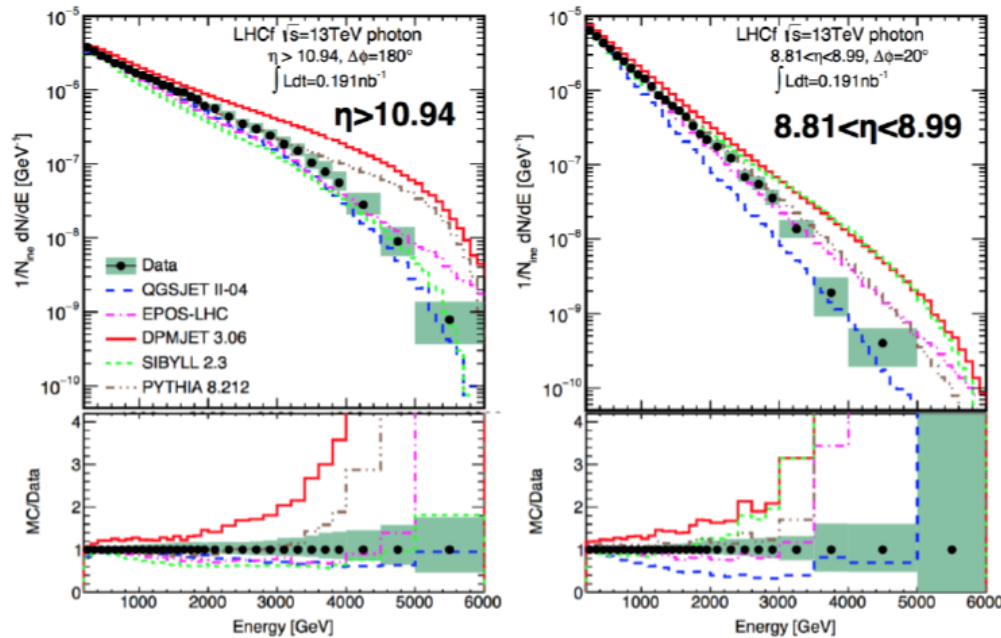
- Какое расстояние в вакууме пролетят в среднем мюоны с энергией 1 ГэВ, 100 ГэВ, 1000 ГэВ, если время их жизни 2.197 микросекунды, а масса равна 105.66 МэВ/с<sup>2</sup>?

# The LHCf Experiment



LHCf is a two arm detectors with calorimeters at zero degrees with respect to the beam axis, at 140 m from the IP1 (ATLAS)

## Photon at $\sqrt{s}=13\text{TeV}$ , p-p



LHCf is a dedicated experiment at the LHC to make measurements relevant for cosmic ray studies

CERN-EP-2017-051

- QGSJET-II-04 is in good agreement for  $\eta > 10.94$ , softer at  $8.81 < \eta < 8.99$
- EPOS-LHC is in good agreement for  $E < 3-5$  TeV, harder at higher energy
- SIBYLL2.3 gives a harder prediction for  $8.81 < \eta < 8.99$



# Measurements and Models

